

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023

BA'ZI TENGLAMALARINI FUNKSIYANING SODDA XOSSALARIDAN FOYDALANIB YECHISH

Xolmuradova Zulfizar Rustam qizi

Termiz davlat pedagogika instituti talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada bir qarashda murakkab, qiyin ko‘rinadigan ba’zi tenglama va tengsizliklarni ularda qatnashayotgan funksiyalarning sodda xossalari yordamida yechish usullari qaraladi.

Bunday usullar tenglama yoki tengsizlikda ikki xil xarakterdagi funksiyalar qatnashganda juda qo‘l keladi.

Kalit so‘zlar: murakkab masalalar, nostandard tenglamalar, tenglamalar sistemasi.

1.Aniqlanish sohasidan foydalanish. Ba’zi hollarda, tenglama yoki tengsizliklarda qatnashayotgan funksiyalarning aniqlanish sohasini bilish tenglama yoki tengsizlikning yechimi mavjud emasligini bilishga yoki yechimini topishga yordam beradi.

Kelgusida tenglama yoki tengsizlikning aniqlanish sohasi deganda unda qatnashayotgan funksiyalar aniqlanish sohalarining umumiy qismi tushuniladi.

1-misol. $\sqrt{x-3} = \lg(x-3)$ tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamaning aniqlanish sohasi $x-3 \geq 0$ va $x-3 > 0$ tengsizliklarni bir vaqtda qanoatlantiruvchi sonlar to‘plamidan iborat. Tenglamaning aniqlanish sohasi bo‘sh to‘plam, demak tenglama yechimiga ega emas.

Javob: ildizi yo‘q.

Shunday qilib, tenglamani yechmasdan uning ildizlari yo‘qligini aniqladik.

2-misol. $2 - \sqrt{4 - x^2} = \sqrt[4]{x^4 - 16} + x$ tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamaning aniqlanish sohasi $4 - x^2 \geq 0$ va $x^4 - 16 \geq 0$ tengsizliklarni bir vaqtda qanoatlantiruvchi sonlar to‘plamidan iborat. Bundan tenglamaning aniqlanish sohasi faqat -2 va 2 sonlardangina iborat ekanligini ko‘rish qiyin emas. Bu sonlarni tenglamaga qo‘yib tekshiramiz.

$x = -2$ da tenglamaning chap tomoni 2 ga, o‘ng tomoni -2 ga teng, demak

$x = -2$ tenglamaning ildizi bo‘la olmaydi.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023

$x = 2$ da tenglamaning chap va o‘ng tomonlari 2 ga teng, demak $x = 2$ tenglamaning ildizi bo‘ladi. **Javob:** $x = 2$.

2-misol. $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x^2} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$ tenglamani yeching.

Yechish: Tenglamaning aniqlanish sohasini topaylik.

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

Tenglamaning aniqlanish sohasi faqat bitta $x = 1$ nuqtadan iborat. $x = 1$ ni Berilgan tenglamani qanoatlantirishini tekshiramiz. $x = 1$ bo`lsa, $\sqrt{1-1} + \sqrt{1+1^2} + \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$, $\sqrt{2} = \sqrt{2}$ tenglik to`g`ri. Demak, tenglama faqat $x = 1$ ildizga ega. **Javob:** $x = 1$

2. Funksiyaning chegaralanganligidan foydalanish. Tenglama va tengsizliklarni yechishda biror to‘plamda funksiyaning quyidan yoki yuqoridan chegaralanganligi asosiy rol o‘ynaydi. Masalan, M to‘plamda $f(x) > a$, $g(x) < a$ bo`lsa, u holda $f(x) = g(x)$ tenglama yoki $f(x) < g(x)$ ($f(x) > g(x)$) tengsizlik yechimiga ega bulmaydi. Ko‘p hollarda $a = 0$ bo‘ladi, bunda M to‘plamda $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalarning ishoralari haqida gapirish mumkin.

1-teorema. Agar haqiqiy sonlarning biror M to‘plamida $f(x) \leq a$, $g(x) \leq b$ tengsizlik o`rinli bo`lsa, u holda $f(x) + g(x) = a + b$ (1) tenglama M to‘plamda

$$\begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = b \end{cases} \quad (2) \text{ tenglamalar sistemasiga teng kuchli bo‘ladi.}$$

Isbot. (2) ning yechimi (1) ning yechimi bo’lishi ravshan. (1) ning yechimi (2) ning yechimi ekanligini ko’rsatamiz. Teskaridan faraz qilamiz. x_0 (1) ning yechimi, lekin (2) ning yechimi bo’lmasin. U holda $f(x_0) < a$ yoki $g(x_0) < b$ bo‘ladi. Buni hisobga olsak, $f(x_0) + g(x_0) < a + b$ bo‘ladi, ya’ni x_0 (1) ning yechimi emas. Bu ziddiyat tasdiqning o’rinli ekanligini isbotlaydi.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023

2-teorema. Agar haqiqiy sonlarning biror M to`plamida $f(x) \geq a, g(x) \leq a$ tengsizlik o`rinli bo`lsa, u holda M to`plamida $f(x) = g(x)$ tenglama $\begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = a \end{cases}$ tenglamalar sistemasiga teng kuchli bo`ladi.

Isbot. (2) ning yechimi (1) ning yechimi bo`lishi ravshan. (1) ning yechimi (2) ning yechimi ekanligini ko`rsatamiz. Teskaridan faraz qilamiz. x_0 (1) ning yechimi, lekin (2) ning yechimi bo`lmashin. U holda $f(x_0) < a$ yoki $g(x_0) > a$ bo`ladi. Buni hisobga olsak, $f(x_0) < g(x_0)$ bo`ladi, ya`ni x_0 (1) ning yechimi emas. Bu ziddiyat tasdiqning o`rinli ekanligini isbotlaydi.

3-teorema. Agar haqiqiy sonlarning biror M to`plamida $|f(x)| \geq a, |g(x)| \geq b$ (yoki $|f(x)| \leq a, |g(x)| \leq b$) o`rinli bo`lsa, u holda M to`plamida $f(x) \cdot g(x) = a \cdot b$ tenglama tenglamalarning quyidagi sistemasining birlashmasiga

$$\text{teng kuchli: } \begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = b \\ f(x) = -a \\ g(x) = -b \end{cases}$$

Isbot. (2) ning yechimi (1) ning yechimi bo`lishi ravshan. (1) ning yechimi (2) ning yechimi ekanligini ko`rsatamiz. Teskaridan faraz qilamiz. x_0 (1) ning yechimi, lekin (2) ning yechimi bo`lmashin. U holda $|f(x_0)| < a$ yoki $|g(x_0)| < a$ ($|f(x_0)| > a$ yoki $|g(x_0)| > a$) bo`ladi. Buni hisobga olsak, $f(x_0)g(x_0) < ab$ $f(x_0)g(x_0) > ab$ bo`ladi, ya`ni x_0 (1) ning yechimi emas. Bu ziddiyat tasdiqning o`rinli ekanligini isbotlaydi.

1-misol. $\sin(2x+1) = x^2 + 2x + 3$ tenglamani yeching.

Yechish: Ixtiyoriy x son uchun $\sin(2x+1) \leq 1$ va $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2$ o‘rinli, ya’ni tenglamaning chap tomoni 1 dan katta, o‘ng tomoni 2 dan kichik bo‘la olmaydi. Bundan berilgan tenglamaning ildizi yo‘q ekanligi kelib chiqadi.

Javob: ildizi yo‘q.

2-misol. $x^3 - x - \sin \pi x = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Ravshanki, 0, -1, 1 sonlari tenglamaning ildizlari bo‘ladi. Uning boshqa ildizlari yo‘qligini ko‘rsatamiz. Buning uchun $f(x) = x^3 - x - \sin \pi x$ funksiyaning toqligidan foydalanamiz, ya’ni $x > 0$, $x \neq 1$ sohani tahlil qilish kifoyadir. Bu sohani $(0;1)$ va $(1; \infty)$ oraliqlarga ajratamiz.

Berilgan tenglamani $x^3 - x = \sin \pi x$ ko‘rinishda yozib, uning chap va o‘ng tomonidagi funksiyalarini yuqoridagi oraliqlarda tekshiramiz. $(0;1)$ oraliqda $x^3 < x$ bo‘lganligi sababli $g(x) = x^3 - x$ funksiya faqat manfiy qiymatlar, $h(x) = \sin \pi x$ funksiya esa faqat musbat qiymatlar qabul qiladi. Demak, $(0;1)$ oraliqda berilgan tenglama yechimga ega emas.

$x > 1$ bo‘lganda $g(x)$ funksiya faqat musbat qiymatlar, $h(x) = \sin \pi x$ funksiya har xil ishorali qiymatlar qabul qiladi. Xususan, $(1; 2]$ oraliqda $h(x) \leq 0$, demak $(1; 2]$ oraliqda ham berilgan tenglama ildizi mavjud emas.

Agar $x > 2$ bўлса, u holda $|\sin \pi x| \leq 1$, $x^3 - x = x(x^2 - 1) > 2 \cdot 3 = 6$ bo‘ladi.

Bundan berilgan tenglamaning $(2; \infty)$ oraliqda ildizi yo‘q ekanligi kelib chiqadi.

Demak, faqat $x = 0$, $x = -1$, $x = 1$ sonlar tenglamaning yechimi bo‘ladi.

Javob: $x = 0$, $x = -1$, $x = 1$.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

- Algebra va analiz asoslari: Akad. litseylar uchun darslik/A.U.Abduhamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov [H.A.Nasimovning umumiy tahriri ostida]; O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta`lim

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023

vazirligi, O`rta maxsus kasb-hunar ta`limi markazi. 8-nashr.-T.: “O`qituvchi” NMIU, 2009. Q.I. -400b.

2. Ochilidiyev Hasan Bahodir ugli “Improving the Invariant and Variable Components of Molecular Physics in School through Media” International Journal of Engineering and Information Systems (IJE AIS) 2021. Page No.: 95-96

3. Ochilidiyev Hasan Bahodir ugli, & Mahmudov Yusuf Ganiyevich. (2022). The difference between teaching molecular physics at school in russia and uzbekistan. *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal*, 10(2), 237–241.

4. Ochilidiyev H.B., Yusupov M.G. “[Improving the invariant and variable components of molecular physics in school through media](#)” "Экономика и социум" №2(81) 2021

5. Ochilidiyev H.B., “Molekulyar fizikaning invariant va variativ komponentlarini takomillashtirishga oid materiallarni takomillashtirish prinsiplari”. Образование и наука в XXI веке. Выпуск №13(том 1) (апрель,2021) 39-44