

## RIMAN GEOMETRIYASI VA UNING TARIXI HAQIDA

**Jo‘rayev Shukurjon Yusufjonovich**

**Qo‘qon DPI, matematika kafedrası o‘qituvchisi,**

**Ummatova Maxbuba Axmedovna**

**Qo‘qon DPI, matematika kafedrası katta o‘qituvchisi**

**Ahliddinova Kamolaxon Mumtozbekovna**

**Qo‘qon DPI matematika-informatika yo‘nalishi II kurs talabasi**

### ANNOTATSIYA

Maqolada zamonaviy matematika uning rivojlanish tarixi, matematikaning turli sohalarida taraqqiyoti, ilm-fanning universal tilini hal qilishning kuchli vositasi ekanligi, XIX asr oxiri va XX asr boshlarida turli geometriyalar, cheksiz o‘lchovli fazolar va ularning tarixi, o‘qitilishi haqida ma‘lumotlar berilgan.

**Kalit so‘zlar:** Lobachevskiy geometriyasi, proyektiv geometriya, Riman geometriyasi, Bul algebrasi, kvaternionlar algebrasi, Keli algebrasi, cheksiz o‘lchovli fazolar, algebraik topologiya), amaliy hamda tatbiqiy nazariyalar.

### RIMANN GEOMETRY AND ITS HISTORY

**Jorayev Shukurjon Yusufjonovich**

**Kokand SPI, teacher of the mathematics department,**

**Ummatova Makhbuba Akhmedovna**

**Kokand SPI, senior teacher of the mathematics department**

**Ahliddinova Kamolaxan Mumtozbekovna**

**student of KokandSPI mathematics-informatics department**

### ANNOTATION

The article provides information about modern mathematics, the history of its development, progress in various fields of mathematics, its powerful tool for solving the universal language of science, various geometries, infinite dimensional spaces and their history and teaching in the late 19th and early 20th centuries.

**Key words:** Lobachevsky geometry, projective geometry, Riemannian geometry, Boolean algebra, quaternion algebra, Keli algebra, infinite dimensional spaces, algebraic topology), practical and applied theories.

## О РИМАНОВОЙ ГЕОМЕТРИИ И ЕЕ ИСТОРИИ

**Джураев Шукурджон Юсуфжонович**

**Кокандский ГПИ, преподаватель кафедры математики,**

**Умматова Махбуба Ахмедовна,**

**Кокандский ГПИ, старший преподаватель кафедры математики**

**Ахлиддинова Камолахон Мумтозбековна**

**Студент направления математики-информатики Коканского ГПИ**

### АННОТАЦИЯ

В статье представлены сведения об истории современной математики, ее развитии в различных областях математики, о том, что она является мощным инструментом решения универсального языка науки, различных геометрий, бесконечномерных пространств и их истории и преподавания в конце XIX в. и начала 20 веков.

**Ключевые слова:** геометрия Лобачевского, проективная геометрия, риманова геометрия, булева алгебра, алгебра кватернионов, алгебра Кели, бесконечномерные пространства, алгебраическая топология), практические и прикладные теории.

XIX asr oxiri va XX asr boshlarida turli geometriyalar (Lobachevskiy geometriyasi, proyektiv geometriya, Riman geometriyasi kabi), algebralar (Bul algebrasi, kvaternionlar algebrasi, Keli algebrasi kabi), cheksiz o'lvchovli fazolar kabi mazmunan juda xilma-xil, ko'pincha sun'iy tabiatli ob'yektlar o'rganila boshlanishi bilan matematikaning yuqoridagi ta'rifi o'ta tor bo'lib qolgan. Bu davrda matematik mantiq va to'plamlar nazariyasi asosida o'ziga xos mushohada uslubi hamda tili shakllanishi natijasida matematikada eng asosiy xususiyat — qat'iy mantiqiy mushohada, degan g'oya vujudga keldi (J. Peano, G. Frege, B. Rassel, D. Hilbert).

XX asr o‘rtalarida Burbaki taxallusi ostida matematika ta’rifini qayta ko‘rib chiqqan bir guruh fransuz matematiklari bu g‘oyani rivojlantirib, “Matematika — matematik strukturalar haqidagi fan” degan ta’rif kiritdi. Bu yondashuv avvalgi ta’riflarga ko‘ra kengroq va aniqroq bo‘lsada, baribir cheklangan edi — strukturalar o‘rtasidagi munosabatlar (masalan, matematika, turkumlar nazariyasi, algebraik topologiya), amaliy hamda tatbiqiy nazariyalar, xususan, fizika, texnika va ijtimoiy fanlarda matematik modellar bu ta’rif doirasiga sig‘avermas edi.

Demak, matematika aksiomatik nazariyalar va matematik modellarni, ular orasidagi munosabatlarni o‘rganadigan, xulosalari qat’iy mantiqiy mushohadalar orqali asoslanadigan fandır. Dastlab oddiy sanoq sonlar va ular ustidagi arifmetik amallardan boshlangan tematik bilimlar umuminsoniy taraqqiyot bilan birga kengayib va chuqurlashib borgan. Eng qadimgi yozma manbalardayoq (masalan, matematik papiruslar) kayerlar ustida amallar va chiziqli tenglamalarni yechishga doir misollar uchraydi. Sug‘orma dehqonchilik, me’morlikning rivojlanishi, astronomik kuzatuvlarning ahamiyati ortishi geometriyaga oid dalillar jamg‘arilishiga olib kelgan. Masalan, Qadimgi Misrda tomonlari 3, 4 va 5 birlik bo‘lgan uchburchak to‘g‘ri burchakli bulishidan foydalanilgan.

Yunonistonda geometrik xossalar faqat kuzatuv va tajriba yo‘li bilangina topilmay, avvaldan ma’lum xossalardan keltirib chiqarilishi mumkinligi ham payqalgan hamda deduktiv isbot g‘oyasi rivojlantirilgan (Fales, Pifagor va boshqalar). Bu g‘oyaning cho‘qqisi Yevklidning “Negizlar” asarida geometriyaning aksiomatik qurilishi bo‘ldi. Bu kitob Matematikaning keyingi rivojiga katta ta’sir qildi va XIX asr boshlarigacha mantiqiy bayonning mukammalligi bo‘yicha namuna bo‘lib keldi.

Yunonlar matematikani geometriya bilan tenglashtirib, san’at darajasiga ko‘targanlar. Buning natijasida planimetriya va stereometriya ancha mukammal darajaga yetgan. Faqat 5 xil qavariq muntazam kupyovlikning mavjudligi (Platon), kvadratning tomoni bilan diagonali umumiy o‘lchovga ega emasligi (Pifagor), nisbatlar nazariyasiga asoslangan son tushunchasi (Evdoks), qamrash usuli bilan egri chiziqli shakllar yuzi va yer uzunligini, jismlar hajmini hisoblash, Geron formulasi, konus kesimlari (Apolloniy, Pergayos), stereografik proyeksiya (Ptolemey), geometrik yasashlar va shu munosabat bilan turli egri chiziqlarning o‘rganilishi yunon geometriyasining taraqqiyot darajasi haqida tasavvur beradi. Yunon olimlari qo‘ygan burchak triseksiyasi, kubni ikkilash, doira kvadraturasi,

muntazam ko‘pburchak yasash masalalari XIX asrga kelib o‘z yechimini topdi, mukammal va “do‘st” sonlar haqidagi muammolar esa hamon ochiqligicha qolmoqda. Ayniqsa, Arximed tadqiqotlarida yunon Matematikasi o‘z davridan juda ilgari ketgan — u integral hisob, og‘irlik markazi g‘oyalarini qo‘llagan. Yunon olimlari trigonometriyaga oid dastlabki ma’lumotlarga ham ega bo‘lganlar (Gipparx, Ptolemey), Diofantning “Arifmetika” asarida sonlar nazariyasiga oid masalalar qaralgan.

N. I. Lobachevskiyning tasavvur geometriyasi. XIX va XX asrlarda matematikaning rivojlanishi uni zamonaviy matematika davriga bog‘lash imkonini beradi. Matematikaning rivojlanishi, fanning turli sohalarini matematika, matematik usullarni amaliy faoliyatning ko‘plab sohalariga kiritish, hisoblash texnologiyasining rivojlanishi yangi matematik fanlarning paydo bo‘lishiga olib keldi, masalan, operatsiyalarni o‘rganish, o‘yin nazariyasi, matematik iqtisodiyot va boshqalar.

Matematik tadqiqotlarda asosiy usullar matematik dalillar-qat‘iy mantiqiy asoslardir. Matematik fikrlash faqat mantiqiy fikrlashga kamaytirilmaydi. Muammoni to‘g‘ri shakllantirish uchun uni hal qilish usulini tanlashni baholash uchun matematik sezgi kerak. Matematikada ob‘ektlarning matematik modellari o‘rganiladi. Xuddi shu matematik model uzoq Real hodisalarning xususiyatlarini tavsiflashi mumkin.

Matematikaning turli sohalariga kirishining sababi shundaki, u boshqa ilmlar tomonidan taqdim etilgan kamroq umumiy va noaniq modellardan farqli o‘laroq, atrofdagi haqiqatni o‘rganish uchun juda aniq modellarni taklif qiladi. Zamonaviy matematikasiz, uning rivojlangan mantiqiy va hisoblash qurilmalari bilan inson faoliyatining turli sohalarida taraqqiyot mumkin emas edi. Matematika nafaqat amaliy muammolarni va ilm-fanning universal tilini hal qilishning kuchli vositasi, balki umumiy madaniyatning elementi hamdir.

Riman geometriyasi (shuningdek, elliptik geometriya deb ataladi) — doimiy egrilikning noaniq geometriyalaridan biri (boshqalar Lobachevskiy va sferik geometriyaning geometriyasi). Evklid geometriya nol Gauss egrilik, Lobachevsky bilan fazoda amalga oshirilgan bo‘lsa-salbiy bilan, Rimanning geometriya doimiy ijobiy egrilik bilan kosmosda amalga oshiriladi — ikki o‘lchovli holatda-proektiv tekislikda va mahalliy sohada). Rimanning geometriyasida tekis chiziq ikki nuqta bilan belgilanadi — samolyot uchta, ikkita samolyot tekis chiziq bilan kesishadi va hokazo.



Riman geometriyasi, elliptik geometriya — noyevklid geometriyalardan biri. Aksiomalari Yevklid geometriyasi aksiomalaridan farq qiladi. Uch o‘lchovli Riman geometriyasining asosiy ob‘yektlari: nuqta, to‘g‘ri chiziq va tekisliklar; asosiy tushunchalari: mansublik tushunchasi (Mas, to‘g‘ri chiziqning tekislikka mansubligi), nuqtalarning to‘g‘ri chizikda joylashish tartibi va figuralarning kongruentligi. Riman geometriyasigaga ko‘ra, har qanday 2 nuqta orqali 1 ta to‘g‘ri chiziq o‘tadi, bir tekislikdagi har qanday 2 to‘g‘ri chiziq 1 nuqtada kesishadi (ya‘ni “parallel” to‘g‘ri chiziklar mavjud emas), nuqtalarning to‘g‘ri chiziqda joylashish tartibi aylanadigan nuqtalarning joylashish tartibiga o‘xshash bo‘ladi. Riman tekisligida har qanday 2 to‘g‘ri chiziq bir nuqtada kesishadi, sferada esa to‘g‘ri chiziqlar rolini o‘taydigan har 2 katta doira 2 nuqtada kesishadi; tekislikda yotgan to‘g‘ri chiziq uni 2 sohaga ajratmaydi. Riman geometriyasi haqidagi ma‘lumot B. Riman tomonidan 1854-yil e‘lon qilingan. Bu eng to‘la o‘rganilgan noyevklid geometriyadir.

18-19 asrlar Evklid bo‘lmagan geometriya. Evklidning Beshinchi Postulatini isbotlashning juda eski muammosi “Parallel Postulat“, uning birinchi to‘rtta postulati hech qachon unutilmagan edi. Evkliddan ko‘p vaqt o‘tmay, ko‘plab namoyishlar o‘tkazildi, ammo keyinchalik ularning barchasi birinchi to‘rtlikdan isbotlanmagan ba‘zi bir printsiplarga asoslanib, xato deb topildi.

Umar Xayom parallel postulatni isbotlashda ham muvaffaqiyatsiz bo‘lgan bo‘lsa-da, Evklidning parallellik nazariyalarini tanqid qilishi va evklid bo‘lmagan geometriyadagi figuralarning xususiyatlarini isbotlashi oxir-oqibat rivojlanishiga hissa qo‘shdi. evklid bo‘lmagan geometriya. 1700 yilga kelib, dastlabki to‘rttadan nimani isbotlash mumkinligi va beshinchisini isbotlashga urinishlar haqida juda ko‘p narsa aniqlandi. Sakcheri, Lambert va Legendre har biri 18-asrda muammo ustida mukammal ish olib bordi, ammo baribir muvaffaqiyatga erisha olmadi. 19-asrning boshlarida, Gauss, Yoxann Bolyayva Lobatchevskiy, har biri mustaqil ravishda boshqacha yondoshdi. Parallel Postulatni isbotlashning iloji yo‘q deb gumon qilishni boshlaganlar, bu postulat yolg‘on bo‘lgan o‘z-o‘ziga mos geometriyani ishlab chiqishga kirishdilar. Bunda ular muvaffaqiyatli bo‘lib, birinchi evklid bo‘lmagan geometriyani yaratdilar. 1854 yilga kelib, Bernhard Riman, Gauss talabasi, barcha tekis sirtlarning ichki (o‘z-o‘zidan tuzilgan) geometriyasini asosli ravishda o‘rganishda hisoblash usullarini qo‘llagan va shu bilan boshqa evklid bo‘lmagan geometriyani topgan.



Rimanning bu asari keyinchalik uchun asos bo'ldi Eynshteyn“s nisbiylik nazariyasi. Uilyam Bleyk“Nyuton” uning “yagona qarashga” qarshi chiqishini namoyish etadi ilmiy materializm; Bu yerga, Isaak Nyuton ”ilohiy geometr” sifatida ko'rsatilgan (1795) Evklid bo'lmagan geometriya xuddi Evklid geometriyasi singari o'z-o'ziga mos kelishini matematik ravishda isbotlash kerak edi va bu birinchi bo'lib Beltrami 1868 yilda. Bu bilan Evklid bo'lmagan geometriya Evklid geometriyasi bilan teng matematik asosda o'rnatildi.

Parallel Postulat bilan bog'liq barcha ishlar geometrik uchun mantiqiy mulohazalarini jismoniy bo'shliqni intuitiv tushunishdan ajratish juda qiyin bo'lganligini va bundan tashqari, buning muhimligini ochib berdi. Ehtiyotkorlik bilan tekshirilganda, Evklidning fikrlashidagi ba'zi mantiqiy kamchiliklar va Evklid ba'zan murojaat qilgan ba'zi geometrik tamoyillarga asos solingan. Ushbu tanqid konvergentsiya va uzluksizlik kabi cheksiz jarayonlarning ma'nosini hisoblash va tahlil qilishda yuzaga keladigan inqirozga parallel edi. Geometriyada to'liq aksiomalar to'plamiga aniq ehtiyoj bor edi va ular hech qanday tarzda biz chizgan rasmlarga yoki bizning kosmik sezgiimizga tayanmagan edi. Hozirda ma'lum bo'lgan bunday aksiomalar Hilbert aksiomalaritomonidan berilgan Devid Xilbert 1894 yilda dissertatsiyasida Grundlagen der Geometrie (Geometriya asoslari). Aksiomalarning boshqa to'liq to'plamlari bir necha yil oldin berilgan edi, ammo Xilbertning tejamkorligi, nafisligi va Evklid aksiomalariga o'xshashligi bilan mos kelmadi.

18-asr o'rtalarida shunga o'xshash fikrlar sonlar satrida, ikki o'lchovda va uch o'lchovda o'rganilganda matematik fikrlashning ma'lum bir progressiyalari takrorlanib borishi aniq bo'ldi. Shunday qilib, metrik makonning umumiy kontseptsiyasi yaratildi, shunda mulohazalarni umumiyroq qilish mumkin edi, so'ngra maxsus holatlarga nisbatan qo'llanilishi mumkin edi. Hisoblash va tahlilga oid tushunchalarni o'rganishning bu usuli tahlil situsi, keyinchalik esa ma'lum bo'lgan topologiya. Ushbu sohadagi muhim mavzular, to'g'rilik kabi xususiyatlardan ko'ra ko'proq umumiy raqamlarning xususiyatlari, masalan, bog'lanish va chegaralar, shuningdek, evklid va evklid bo'lmagan geometriyaning diqqat markazida bo'lgan uzunlik va burchak o'lchovlarining aniq tengligi. Tez orada topologiya geometriya yoki tahlil sub-maydoni emas, balki katta ahamiyatga ega bo'lgan alohida sohaga aylandi.



### Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1.Ummatova, Mahbuba, and Temurbek Yoqubov. “TALABALAR MUSTAQIL ISHLARI VA UNI BAJARISHNI O‘RGATISH METODIKASIDAN.” Talqin va tadqiqotlar 1.22 (2023).

2.Axmedovna, Ummatova Mahbubaxon, Gofurova Mavjuda Aliyevna, and Yakubov Temurbek G‘ulomjon o‘g. “THE SUFFICIENCY CONDITIONS FOR A FUNCTION THAT IS CONTINUOUS OVER EACH VARIABLE TO BE CONTINUOUS OVER BOTH VARIABLES.” Galaxy International Interdisciplinary Research Journal 11.12 (2023): 1201-1204.

3.Axmedovna, Ummatova Maxbubaxon, and Savriddinova Madinaxon. “MATEMATIKANI O‘QITISHNI TAKOMILLASHTIRISHDA MANTIQUIY TESTLARDAN FOYDALANISH.” INTERDISCIPLINE INNOVATION AND SCIENTIFIC RESEARCH CONFERENCE. Vol. 2. No. 15. 2023.

4. Akhmedovna, Ummatova Makhbuba. “From the methodology of using nonstandard tests in the design of practical training on number theory.” Genius Repository 27 (2023): 17-22.

5.Akhmedovna, Ummatova Makhbuba. “Teaching of Numerical Systems and Their Extensions.” Genius Repository 27 (2023): 23-28.

6.Maxbubaxon, Ummatova, Muydinjanov Davlatjon, and Nematov Bexruzbek. “AFFIN KOORDINATALAR SISTEMASIDA NUQTANI KOORDINATA O‘QLARIGA NISBATAN SIMMETRIK BO‘LGAN NUQTANING KOORDINATALARINI TOPISH USULLARI.” INNOVATIVE DEVELOPMENTS AND RESEARCH IN EDUCATION 2.24 (2023): 329-333.

7.Axmedovna, Ummatova Mahbuba. “USING ANTI-SYMMETRICAL PONYMS IN SOLVING ELEMENTARY MATHEMATICS PROBLEMS.” Galaxy International Interdisciplinary Research Journal 11.11 (2023): 507-509.

8. Sulaymonov, M. M., and M. A. Ummatova. “KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL OPERATOR ISHTIROK ETGAN INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN INTEGRAL SHARTLI MASALALAR.” Экономика и социум 6-2 (109) (2023): 526-530.

9. UMMATOVA, MAXBUBA. “MATEMATIKANI O‘QITISHDA ZAMONAVIY AXBOROT TEXNOLOGIYALARIDAN FOYDALANISH.” Scienceweb academic papers collection (2023).

10. UMMATOVA, MAXBUBA. “BO'LINISH BELGILARI, SONLARNING UMUMIY BO'LUVCHISI VA KARRALI MAVZUSI BO'YICHA AMALIY MASHG'ULOTNI LOYIHALASHDA NOSTANDART TESTLARDAN FOYDALANISH METODIKASIDAN.” Scienceweb academic papers collection (2023).

11. Ummatova, M., and M. Yakubjanova. “About the history of complex numbers.”

12. Ummatova, Mahbuba Axmedovna, and Olimaxon Oxunjonovna Rahmonova. “ELEMENTAR MATEMATIKADA ANTISIMMETRIK KO 'PHADLAR.” INTERNATIONAL CONFERENCE DEDICATED TO THE ROLE AND IMPORTANCE OF INNOVATIVE EDUCATION IN THE 21ST CENTURY. Vol. 1. No. 10. 2022.

13. Axmedovna, Ummatova Mahbuba, and Ilhomjonova Shahnozaxon Ilhomjonovna. “TALIMDA BIOLOGIYA VA MATEMATIKA FANLARINING OZARO ALOQASI HAQIDA.” BARQARORLIK VA YETAKCHI TADQIQOTLAR ONLAYN ILMIY JURNALI 2.12 (2022): 816-817.

14. Ummatova, Mahbuba Axmedovna, and Abdurahim Tursunboyevich Mamatqulov. “AL-XORAZMIY ASARLARINING AMALIY AHAMIYATI HAQIDA.” INTERNATIONAL CONFERENCE DEDICATED TO THE ROLE AND IMPORTANCE OF INNOVATIVE EDUCATION IN THE 21ST CENTURY. Vol. 1. No. 10. 2022.

15. Ahmedovna, Ummatova Mahbuba, and Esonov Munavvarjon Mukimjonovich. “METHODOLOGY OF PERFORMING PRACTICAL INDEPENDENT WORK.” Open Access Repository 8.12 (2022): 171-176.

16. Nosirovich, Nosirov Sobirzhon, and Ummatova Makhbuba Ahmedovna. “AUTOMORPHISM OF NUMERICAL SYSTEMS.” Open Access Repository .12 (2022): 197-201.

17. Ummatova, M. A. “DIDACTICAL AND PRACTICAL FUNCTIONS OF MATH CLASS.” Galaxy International Interdisciplinary Research Journal 10.12 (2022): 259-262.

18. Ахмедовна, Умматова Махбуба. “РОЛЬ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ ПРИ ПОВЫШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ.” Ученый XXI века 1-2 (2017).



19. Умматова, М., Г. Ахмедова, and О. Махмудова. “Практическая направленность в обучении математике.” Теория и практика современных гуманитарных и естественных наук. 2014.

20. Madraximov, Sh Sh, M. A. Ummatova, and G. A. Axmedova. “TENGLAMALARNI YECHISHNING BA’ZI SUN’IY USULLARI.” Scientific Impulse 1.11 (2023): 624-629.

21. Ummatova, Mahbuba, et al. “INNOVATIVE TOOLS FOR EVALUATING STUDENTS' KNOWLEDGE AND SKILLS IN MATHEMATICS LESSONS.” Евразийский журнал академических исследований 3.4 Part 4 (2023): 129-132.

22. Умматова, Махбуба, and Темурбек Ёкубов. “ОСНОВНЫЕ ВИДЫ СЛОЖНЫХ СУЖДЕНИЙ.” Interpretation and researches 1.1 (2023).

23. Умматова, Махбуба, and Саодатхон Кабирова. “МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА–КАК НАУКА О ФОРМАХ И ЗАКОНАХ ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ.” Interpretation and researches 1.1 (2023).

24. FACTORS FOR DEVELOPING STUDENTS' CREATIVITY SKILLS  
UM Axmedovna

Galaxy International Interdisciplinary Research Journal 11 (4), 349-352

25. Davronovich, Aroyev Dilshod, et al. “MUTUAL ONE-VALUE REFLECTION AND AUTOMORPHISMS.” International Journal of Early Childhood Special Education 14.7 (2022).

26. Ummatova, Mahbuba, and Marhaboxon Mamajonova. “AKSLANTIRISHLAR MAVZUSINI O’QITISHDA FANLARARO ALOQADORLIK.” Interpretation and researches 1.1 (2023).

27. Ahmedovna, Ummatova Mahbuba, et al. “LOGIC AS A SCIENCE ON THE FORMS AND LAWS OF RIGHT THINKING.” Open Access Repository 9.5 (2023): 40-42.