“JOURNAL OF SCIENCE-INNOVATIVE RESEARCH IN UZBEKISTAN” JURNALI
VOLUME 2, ISSUE 1, 2024. JANUARY
ResearchBib Impact Factor: 8.654/2023 ISSN 2992-8869

UMUMLASHGAN HOSILA VA ULARNING XOSSALARI

Karimov Shaxobiddin Tuychiboyevich
Farg‘ona davlat universiteti, amaliy matematika va informatika kafedrasi dotsenti,
Jahongirova Jayrona Jo‘rabek qizi
Farg‘ona Davlat Universiteti Magistratura bo‘limi “Amaliy matematikla va informatika” yo‘nalishi magistranti

Annotatsiya: Mazkur maqolada Gilbert fazolaridan biri bo‘lgan Sobolev fazosi haqida asosiy tushunchalar va ma’lumotlar berilib, undagi umumlashgan hosilalar tatbiqlari berilgan.

Kalit so‘zlar: Sobolev fazosi, umumlashgan hosila, Lebeg fazosi, joylashtirish teoremalari, Ko‘paytmaning ayrimali differensiallash.

KIRISH

Hisoblash usullari zamonaviy matematikaning ajralmas bir qismi xisoblanadi. Hisoblash usullari ko‘pgina amaliyoy masalalarini yechishda, ayniqsa, modellarni differensial tenglamalar terminida ifodalanadigan jarayon, jarayonlarni tanqid qilishning ajralmas qismi ekanligi ma‘lum. Bunday modellarni samarali tadbiq qilish u yoki bu hisoblash algoritmlarini tanlash va kompyuterda dasturlash usullari bilan bevosita bog‘liq. IX asrda yashagan buyuk o‘zbek matematik olimi Muhammad ibn Muso al – Xorazmiy hisoblash matematika fanini yaratishga katta hissa qo‘shgan. Chet el olimlaridan Nyuton, Eyler, Lobachevsky, Gauss kabilar ham bu fanni yaratishga ulkan hissa qo‘shganlar. Matematikada tipik matematik masalalarining yechimlarni yetarlicha aniqlikda hisoblash imkonini beruvchi metodlar yaratishga va shu maqsadda hozirgi zamon hisoblash vositalaridan foydalanish yo‘llarini ishlab chiqishga bag‘ishlangan soha hisoblash matematikasi deyiladi. Fanning maqsadi funksional fazolarda to‘plamlarni va ularda aniqlangan operatorlarni yaqinlashtirish hamda hozirgi zamon hisoblash mashinalari qo‘llanadigan sharoitda masalalarni yechish uchun oqilona va tejashlar algoritm va metodlar ishlab chiqishdan iborat.

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Mazkur tadqiqotni yoritishda olimlar, tadqiqotchilar va muhandislarning mavzu doirasida olib borgan ilmiy ishlari, yaratgan o'quv adabiyotlari tizimli o'rganilgan. Ularning xulosa va fikrlari qiyosiy tahlil etilib, ma'lumotlarni qayta ishlandi.

TAHLIL VA NATIJALAR

**Ta`rif.** $\{u_n(x)\}\in \overset{\circ}{H}{}^1[a,b]$ bo'lsin. U holda $L_2(a,b)$ fazoda $\{u_n(x)\}$ ketma-ketlik bilan aniqlanuvchi $u(x)\in L_2(a,b)$ element va $\{u_n'(x)\}$ ketma-ketlik bilan aniqlanuvchi $w(x)\in L_2(a,b)$ element mavjud bo'lib, bu $w(x)$ element $u(x)$ elementning Sobolev ma`nosidagi umumlashgan hosilasi deb aytiladi. Bu holda $w(x)=u'(x)$ kabi yoziladi.

Agar $u_1(x),u_2(x)\in H^1(a,b)$ bo'lsa u holda $\lambda_1 u_1(x)+\lambda_2 u_2(x)\in H^1(a,b)$ va $(\lambda_1 u_1+\lambda_2 u_2)'(x)=\lambda_1 u_1'(x)+\lambda_2 u_2'(x)$ bo'ladi. Bundan tashqari, o'zgarmasning umumlashgan hosilasi nolga teng bo'ladi.

Umumlashgan hosila ta'rifidan ko'rinib turibdiki, u'(x) funksiya nolokal aniqlanadi, ya'ni ayrim nuqtada emas, balki global ravishda butun [a, b] oraliqda birdaniga aniqlanadi.

$u_n(x),\ v_n(x)\in \overset{\circ}{H}{}^1[a,b],\quad n=1,2,\ldots$ bo'lib bunda $\{u_n(x)\}\in u(x)\in H^1(a,b)$ va $\{v_n(x)\}\in v(x)\in H^1(a,b)$ bo'lsin.

Endi

$$(u_n,v_n)=\int_a^b u_n(x)v_n(x)dx+\int_a^b u_n'(x)v_n'(x)dx \qquad (1)$$

$$\|u_n\|=\left(\int_a^b u_n^2(x)dx+\int_a^b u_n'^2(x)dx\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (2)$$

tengliklarda $n\to\infty$ da limitga o'tib va to'ldirish haqidagi teoremaga asosan, hamda Lebeg integralining ta'rifidan biz (1) va (2) formulalarga ega bo'lamiz. Bunda hosila umumlashgan ma'noda va integral Lebeg ma'nosida tushuniladi. Ayrim hisoblashlar uchun, albatta (1) va (2) formulalardan ham yetarlicha katta n uchun foydalanish mumkin bo'ladi, ya'ni u, v, u', v' ideal elementlar o'rniga ularning u_n, v_n, u_n', v_n' silliq yaqinlashishlaridan foydalanish mumkin bo'ladi.

Umumlashgan hosilaning boshqa ta'rifi. $\overset{0}{C}{}^1[a,b]$ orqali [a, b] oraliqda uzluksiz differensiallanuvchi bo'lgan barcha v(x) Finit funksiyalarning to'plamini belgilaymiz. Agar u(x) funksiya [a, b] oraliqda uzluksiz differensiallanuvchi bo'lsa, u holda $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya hosilasi uchun quyidagi integral ayniyat o'rinlidir:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = -\int_a^b u'(x)v(x)dx \qquad (3)$$

Bu ayniyat bo'laklab integrallash orqali hosil qilinadi. Bu ayniyat bilan u'(x) hosila to'liq aniqlanadi. Haqiqatdan ham, bundan tashqari ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun $[a,b]$ boraliqda uzluksiz bo'lgan w(x) funksiya mavjud bo'lib

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = -\int_a^b w(x)v(x)dx \qquad (4)$$

tenglik o'rinli bo'lsin. U holda bu tenglikdan oldingi tenglikni ayirib, biz ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun

$$\int_a^b [u'(x) - w(x)]v(x)dx = 0$$

ayniyatni hosil qilamiz. Bundan esa $\overset{0}{C}{}^1[a,b]$ to'plamning $\overset{\%}{L}[a,b]$ sinfda zich ekanligidan $[a,b]$ oraliqda $w(x) = u'(x)$ tenglik kelib chiqadi. Shunga ko'ra, (4) integral ayniyatni umumlashgan hosilaning ta'rifi sifatida qabul qilish mumkin bo'ladi. Quyidagi lemma o'rinlidir.

1-lemma. Agar $u(x) \in H^1(a,b)$ bo'lsa, u holda ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun (3) integral ayniyat o`rinlidir.

Isbot. $\{u_n(x)\} \in u(x) \in H^1(a,b)$ bo'lsin. U holda ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun (7) integral ayniyat ko'ra

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = -\int_a^b u_n'(x)v(x)dx$$

tenglikka ega bo‘lamiz. Skalyar ko‘paytmaning uzluksizlik xossasiga ko‘ra $n \to \infty$da limitga o‘tamiz. Natijada biz ixtiyoriy $u(x) \in H^1(a,b)$ funksiya uchun (3) integral ayniyatni hosil qilamiz. Lemma isbot bo‘ldi.

2–lemma. $u(x) \in H^1(a,b)$ va $w(x) \in L_2(a,b)$ funksiyalar berilgan bo‘lib, bunda ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun (4) integral ayniyat o‘rinli bo‘lsin. U holda $u'(x) = w(x)$ (umumlashgan hosilali) tenglik o‘rinli bo‘ladi

Isbot. $\{u_n(x)\} \in u(x)$ va $w_n(x)\} \in w(x)$ bo‘lsin. U holda ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun $n \to \infty$ da

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx + \int_a^b w_n(x)v(x)dx = -\int_a^b [u_n'(x) - w_n(x)]v(x)dx \to 0$$

bo‘ladi, $z(x) \in L_2(a,b)$ - sinf $\{u_n'(x) - w_n(x)\}$ ketma-ketlik bilan berilgan bo‘lsin. U holda

$$\int_a^b z(x)v(x)dx = 0$$

tenglik ixtiyoriy $v(x) \in \overset{0}{C}{}^1[a,b]$ funksiya uchun o‘rinlidir. Bundan esa $z(x) \equiv 0$ kelib chiqadi. Lemma isbot bo‘ldi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO`YXATI.

1. Sh. Karimov, J. Jahongirova. Innovative developments and research in education: a collection scientific works of the International scientific online conference (23rd May, 2023) – Canada, Ottawa : "CESS", 2023. 307 p.
2. V.Q.Qobulov, Funksional analiz va hisoblash matematikasi. —O‘qtuvchi, Toshkent-1976.
3. Л. В. Контарович и Г. П. Акилов. Функциональный анализ в пормированных пространствах, М., Физматгиз, 1959.

Sh. A. Ayupov, M. A. Berdiqulov, R. M. Turg'unbayev, Funksional analiz. Toshkent, 2007.

4. А.Н. Колмогоров, С.В. Фоминов, Элементы теории функций и функционального анализа, Москва, Наука, 1976.

5. Mamajonov, M., & Shermatova, H. M. (2017). On a boundary value problem for a third-order equation of parabolic-hyperbolic type in a concave hexagonal region. Vestnik KRAUNTS. Physical and Mathematical Sciences,(1 (17), 14-21.

6. Мамажонов, М., & Шерматова, Х. М. (2017). Об одной краевой задаче для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа в вогнутой шестиугольной области. Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки, (1 (17), 14-21.

7. Каримов, Ш. Т., & Юлбарсов, Х. А. (2021). Задача гурса для одного псевдопараболического уравнения третьего порядка с оператором бесселя. ББК 22.161 С56, 176.

8. Каримов, Ш. Т. (2017). О некоторых обобщениях свойств оператора Эрдейи-Кобера и их приложения. Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки, (2 (18)), 20-40.

9. Каримов, Ш. Т. (2014). Новые свойства обобщенного оператора Эрдейи–Кобера и их приложения. In Докл. АН РУз (No. 5, pp. 11-13).

10. Каримов, Ш. Т. (2013). Об одном методе решения задачи Коши для обобщенного уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу. Узб. мат. ж, (3), 57-69.

11. Уринов, А. К., & Каримов, Ш. Т. (2021). Операторы Эрдейи-Кобера и их приложения к дифференциальным уравнениям в частных производных: монография; научное издание; на русском языке. Фергана: изд.Фарғона.

12. Mamajonov, M., & Shermatova, H. M. (2022). On a Boundary Value Problem for a Third-Order Equation of the Parabolic–Hyperbolic Type in a Triangular Domain with Three Type Change Lines. Journal of Applied and Industrial Mathematics, 16(3), 481-489.

13. Mamazhonov, M., Mamazhonov, S. M., & Mamadalieva, K. B. (2016). Some boundary value problems for a third-order parabolic-hyperbolic equation in a pentagonal domain. Bulletin Krasec. Physical and Mathematical Sciences, 13(2), 31-38.