TECHNICAL SCIENCE RESEARCH IN UZBEKISTAN
ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

SONLI QATORLAR VA ULARNING MATEMATIK HAMDA IQTISODIY MODELLASHTIRISHDAGI AHAMIYATI

Karasakalov Revkat Kenesovich - Termiz davlat pedagogika instituti "Matematika va Informatika" kafedrasi katta o'qituvchisi.

e-mail: revkatkarasakalov@gmail.com

ОРСИД: 0009-0004-5242-8217

Muxiddinova Iroda Azamat qizi- Termiz davlat pedadodika instituti Matematika yo'nalishi 2-kurs talabalasi.

e-mail: irodamixiddinova03@gmail.com

Musurmonova Durdona Bobomurodovna - Termiz davlat pedadodika instituti Matematika yo'nalishi 2-kurs talabalari

e-mail: durdonamusurmonova092@gmail.com

Termiz, O'zbekiston

Annotsiya: Ushbu maqolada matematik analiz fanining asosiy bo'limlaridan biri bo'lgan sonli qatorlar nazariyasi keng yoritilgan. Sonli qator tushunchasi, uning qisman yig'indilari va yaqinlashuv shartlari batafsil tahlil qilinadi. Qatorlarning yaqinlashuvini tekshirishda qo'llaniladigan asosiy mezonlar, jumladan, zaruriy shart, geometrik qator, garmonik qator hamda p-qatorlarning xossalari izohlanadi.

Shuningdek, sonli qatorlar nazariyasining tarixiy rivojlanish bosqichlari va bu sohada faoliyat olib borgan mashhur matematik olimlarning ilmiy hissasi ko'rib chiqiladi. Maqolada nazariy bilimlarni mustahkamlash maqsadida qatorlarga oid ishlangan misollar keltirilgan.

Bundan tashqari, sonli qatorlarning iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishdagi ahamiyati ochib berilib, kredit foizlarini hisoblash, investitsiyalarni baholash, amortizatsiya jarayonlari va iqtisodiy prognozlashda ularning qo'llanilishi yoritilgan. Maqola sonli qatorlarning nazariy va amaliy jihatdan muhim matematik vosita ekanligini asoslab beradi.

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

Kalit so‘zlar: Sonli qator, cheksiz qator, qisman yig‘indi, yaqinlashuvchi qator, uzoqlashuvchi qator, limit, geometrik qator, garmonik qator, p-qator, yaqinlashuv mezonlari, taqqoslash alomati, D’alamber alomati, , cheksiz yig‘indilar, funksional qatorlar, matematik modellashtirish, iqtisodiy modellar, murakkab foizlar, investitsiya tahlili, , moliyaviy hisob-kitoblar.

Kirish: Matematik analiz fanida sonli qatorlar nazariyasi muhim o‘rin egallaydi. Ko‘plab matematik modellar cheksiz yig‘indilar yordamida ifodalanadi. Sonli qatorlar orqali murakkab jarayonlarni soddalashtirish, funksiyalarni taqribiy hisoblash va limit tushunchasini chuqurroq anglash mumkin. Bugungi kunda sonli qatorlar nafaqat matematika, balki fizika, texnika, statistika va iqtisod fanlarida ham keng qo‘llanilmoqda. Ayniqsa, iqtisodiy jarayonlarni matematik jihatdan ifodalash va kelajakdagi natijalarni prognozlashda sonli qatorlarning ahamiyati katta. Ushbu maqolada sonli qatorlarning nazariy asoslari va amaliy qo‘llanilishi yoritiladi.

Sonli qatorlar nazariyasining shakllanishi va rivojlanishi matematik analiz fanining umumiy taraqqiyoti bilan chambarchas bog‘liqdir. Qatorlar tushunchasining dastlabki g‘oyalari qadimgi Sharq va Markaziy Osiyo allomalari tomonidan sonlarni yaqinlashtirib hisoblash usullari orqali bilvosita ishlab chiqilgan.Xususan, **Muhammad al-Xorazmiy** hisoblash algoritmlarini ishlab chiqib, ketma-ket yaqinlashtirish usullaridan foydalangan. **Abu Rayhon Beruniy** astronomik va geografik hisob-kitoblarda sonlarni taqribiy aniqlash masalalariga alohida e’tibor qaratgan. **Mirzo Ulug‘bek** esa o‘zining astronomik jadvallarini tuzishda ketma-ket yaqinlashish usullaridan foydalangan bo‘lib, bu usullar keyinchalik qatorlar nazariyasining shakllanishiga ilmiy zamin yaratgan.XVII asrga kelib, sonli qatorlar Yevropa matematiklari tomonidan mustaqil ilmiy yo‘nalish sifatida rivojlantirila boshlandi. **Isaak Nyuton** va **Gotfrid Vilgelm Leybnits** differensial va integral hisob asoslarini yaratib, funksiyalarni cheksiz qatorlar yordamida yoyish g‘oyasini taklif etdilar. Bu esa qatorlar yordamida murakkab funksiyalarni soddalashtirish imkonini berdi.XVIII asrda **Leonard Eyler s**onli qatorlar ustida keng qamrovli tadqiqotlar olib borib, ko‘plab mashhur qatorlarning yig‘indisini aniqladi hamda qatorlar nazariyasini alohida matematik bo‘lim sifatida rivojlantirdi. **Dalamber** tomonidan ishlab chiqilgan yaqinlashuv alomati qatorlarning xossalarini tekshirishda muhim vositaga aylandi.XIX asrda **Ogysten Lui Koshi** qatorlar nazariyasiga qat’iylik kiritib, limit tushunchasi asosida ularning yaqinlashuvini aniq matematik ta’rifladi. Keyinchalik **Raabe** va boshqa olimlar tomonidan taklif etilgan alomatlar qatorlarning yanada murakkab turlarini tekshirish imkonini berdi.Zamonaviy davrda esa sonli va funksional qatorlar matematik analizning ajralmas qismi sifatida rivojlanib, O‘zbekiston matematiklari tomonidan ham funksiyalar nazariyasi, differensial tenglamalar va matematik modellashtirish doirasida faol tadqiq etib kelinmoqda. Shu tariqa, sonli qatorlar nazariyasi Sharq va G‘arb ilmiy maktablarining uzviy rivoji natijasida shakllangan mukammal matematik yo‘nalish hisoblanadi.

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

Sonli qatorlar tarixiga oid ma'lumotlarni bilib oldik. Endi esa aslida sonli qator nima, u haqda ta'rif va teoremalar, va aynan shu mavzuga oid turli xil misollarni ishlanish usullarini ko'rib chiqamiz.

Faraz qilaylik, bizga $\{a\}$ sonli ketma-ketlik berilgan bo'lsin va sonli qatorga quyidagicha ta'rif beraylik.

Ta'rif. $a_1+a_2+a_3+....a_n+....$ yig'indiga sonli qator deyiladi. Bunda $\{a\}$ ketma-ketlikning hadlari berilgan qatorning hadlari deyiladi. Odatda qatorlar quyidagicha yoziladi : $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Qatorning birinchi n-ta xadlar yig'indisi S_n orqali belgilanadi va **qism yig'indisi** deb ataladi va shu ko'rinishda yoziladi: $S_n = a_1+a_2+a_3+....a_n$

Misol tariqasida quyidagi sonli qatorni keltirsak, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n+1}$. Bu qatorni hadma-had yozib chiqsak, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n+1}=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{9}+.....+n$.

Agar qatorning S_n qism yig'indisi $n\to\infty$ da biror chekli qiymatga intilsa, bu holda berilgan **qator yaqinlashuvchi** deyiladi va shu ko'rinishda hisob kitob qilinadi,

$\lim_{n\to\infty} S_n = S$, S-sonli qator yig'indisi.

Masalan, $b+bq+bq^2+bq^3+...+bq^{n-1}+...$ $|q| < 1$ qator geometric progressiya halaridan tashkil qilingan bo'lib, har doim **yaqinlashuvchi** va uning yig'indisi $S=\frac{b}{1-q}$ ga teng bo'ladi. Lekin quyidagi $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}+....$ garmonik deb ataluvchi qator doim **uzoqlashuvchi** bo'ladi.

Endi esa yaqinlashuvchi sonli qatorlarning asosiy xossalari haqida keltirib o'tsak:

1. Agar $a_1+a_2+a_3+....$ qator yaqinlashuvchi bo'lsa, bunda berilgan qatorning

m-ta hadni tashlab ketgan holda tashkil bo'lgan $a_{m+1}+a_{m+2}+a_{m+3}+....$ (m-qoldiq deb ataluvchi) qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi. Aks holda m-qoldiq qator yaqinlashuvchiligidan berilgan qatorning yaqinlashuvchiligi kelib chiqadi.

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

2.Agar $a_1+a_2+a_3+....$ qator yaqinlashuvchi bo'lsa va uning yig'indisi S ga teng bo'lsa, bu holda $ka_1+ka_2+ka_3+....$ qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi va uning yig'indisi k S ga teng bo'ladi. k=o'zgarmas son

3.Agar $a_1+a_2+a_3+....$, va $b_1+b_2+b_3+...$ qatorlar yaqinlashuvchi bo'lib, ular yig'indilar mos ravishda S va S`ga teng bo'lsa, bu holda $(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+(a_3+b_3)+...$ qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi va S+ $S$`ga teng bo'ladi.

4. (yaqinlashuvchi qatorlarning zaruriy sharti) Agar $a_1+a_2+a_3+....a_n+...$ qator yaqinlashuvchi bo'lsa, bu holda $\lim_{n\to\infty} a_n=0$. Bundan shunday xulosa chiqadiki, agar

$\lim_{n\to\infty} a_n\neq 0$ bo'lsa, berilgan qator uzoqlashuvchi bo'ladi.

Sonli qatorlarimiz 2 xil xadli bo'lishi mumkin, ya'ni musbat va ishora almashinuvchi hadlar ko'rinishida. Avval biz musbat hadli, keyin esa manfiy had ko'rinishida sonli qatorlarning yaqinlashish va uzoqlashish alomatlarini va ularni qaytarzda yechimini topishni ko'rib chiqamiz.

Musbat hadli qatorlarning yaqinlashish va uzoqlashish alomatlari.

Taqqoslashish alomatining birinchi belgisi.

$a_1+a_2+a_3+....$ (1) va $b_1+b_2+b_3+...$ (2) qatorlar berilgan bo'lsin, va $a_n\leq b_n$

(n=1,2,3,..). Bunda agar (2) qator *yaqinlashuvchi* bo'lsa, bu holda (1) qator ham *yaqinlashadi*, aks holda (2) qator *uzoqlashuvchi* bo'lsa bu holda (1) qator ham *uzoqlashuvchi* bo'ladi.

Taqqoslash alomatining ikkinchi belgisi.

Agar chekli va noldan farqli $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=k$ mavjud bo'lsa u holda $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ va $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ qatorlar bir vaqtda yaqinlashadi, yoki bir vaqtda uzoqlashadi.

Musbat hadli sonli qatorlarning uzoqlashish yoki yaqinlashishini tekshirish uchun bir necha olimlar turli xil qonun-qoidalarga asoslangan alomatlarni keltirib o'tgan . Shu alomatlarni keltirib o'tsak.

Dalamber alomati. Agar berilgan $a_1+a_2+a_3+....a_n+....$ qator uchun $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+1}{a_n}=k$

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

mavjud bo’lsa, bu holda

1) k p 1 da qator yaqinlashuvchi

2) k f 1 da qator uzoqlashuvchi bo’ladi

3)k=1 da qator yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchi ekanligini aniqlash uchun qo’shimcha izlanish kerak.

Koshi alomati. Agar berilgan $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots . a_n + \ldots .$

qator uchun $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n} = k$ mavjud bo’lsa, bu holda

1) k p 1 da qator yaqinlashuvchi

2) k f 1 da qator uzoqlashuvchi bo’ladi

3)k=1 da qator yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchi ekanligini aniqlash uchun qo’shimcha izlanish kerak.

Integral alomati. Agar f(x) **,** $x \geq 1$ bo’lganda musbat, uzluksiz va monoton kamayuvchi funksiya bo’lsa, bu holda $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ qator *yaqinlashuvchi* yoki *uzoqlashuvchi* bo’ladi, agar mos ravishda $\int_N^{\infty} f(x)dx$ (bunda $N \geq 1$ va $a_n = f(x)$)

integral *yaqinlashuvchi* yoki *uzoqlashuvchi* bo’ladi.

Ishora almashinuvchi sonli qatorlarning yaqinlashish va uzoqlashish alomatlari.

Ta’rif. Agar sonli qator hadlarining ishoralari navbatma –navbat almashib boradigan bo’lsa, ya’ni musbat va manfiy hadlar ketma-ket keladigan bo’lsa, bunday qator **ishora almashinuvchi sonli qator** deyiladi. Bu qatorning umumiy ko’rinishi: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ a_n f 0 , yoki

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \ldots .$$

Bu yerda a_n - musbat sonlar ketma – ketligi.

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

Leybnis alomati. Agar a_n - musbat va kamayuvchi ketma –ketlik bo'lsa:

1. $|a_1| \geq |a_2| \geq |a_3| \geq |a_4| \ldots$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

shartlar qanoatlantirsa $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ *yaqinlashuvchi* bo'ladi.

Agar bu shartlarning birortasi buziladigan bo'lsa, demak bu qator o'z-o'zidan *uzoqlashuvchi* ekanligi ma'lum.

Biz yuqorida sonli qatorlar tarixi, sonli qatorning matematik mano-mazmunini o'rganib chiqdik. Endi esa sonli qatorlarning iqtisoddagi o'rni va uni qay tarzda amalyotda qo'llashimiz mumkinligi haqida ham ozgina fikr yuritsak.

Sonli qatorlarning iqtisodagi o'rni va amaliy qo'llanilishi

Sonli qatorlar iqtisod fanida turli jarayonlarni matematik modellashtirishda muhim vosita hisoblanadi. Iqtisodiy jarayonlarning aksariyati vaqt bo'yicha takrorlanuvchi to'lovlar, daromadlar yoki xarajatlar bilan bog'liq bo'lib, ularni cheksiz yoki chekli qatorlar yordamida ifodalash mumkin. Ayniqsa, moliyaviy hisob-kitoblar, kredit tizimi, investitsiya baholash va prognozlash masalalarida sonli qatorlardan keng foydalaniladi.

1.***Kredit va murakkab foizlarda qo'llanilishi.***

Bank kreditlari va jamg'arma hisoblarida har oy yoki har yil foiz qo'shib boriladi. Bunda umumiy so'mma geometrik qator orqali ifodalanadi:

$$S = a(1 + q + q^2 + \ldots)$$

Bu yerda: a — boshlang'ich summa, q — foiz stavkasi.

Bu formula kredit qarzining yoki jamg'armaning vaqt o'tishi bilan qanday o'sishini aniqlashga imkon beradi.

Misol uchun: Bir talaba bankka har oy 200 000 so'mdan jamg'arib boradi. Bank har oy 10% foyda beradi. Jamg'armaning umumiy summasi qanday qator ko'rinishida bo'ladi?

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

Yechish: $200000(1+1.1+1.1^2+1.1^3+\ldots)$

Bu geometrik qator bo‘lib, kelajakdagi umumiy jamg‘arma summasi shu qator yig‘indisi bilan aniqlanadi. Bu yerda har oy qo‘shilgan pul oldingi oylarga nisbatan foiz hisobiga ortib boradi.

2.Investitsiya loyihalarini baholash (Diskontlash).

Investitsiya loyihalarida kelajakda olinadigan daromad bugungi qiymatga keltiriladi. Bu jarayon **diskontlash** deyiladi va qator orqali ifodalanadi:

$$PV=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{R}{(1+r)^n}$$

Bu yerda: R— har yillik daromad, r — diskont stavkasi.

Masala. Bir tadbirkor 5 yil davomida har yili 5 mln so‘m foyda oladi. Diskont stavkasi 10% bo‘lsa, umumiy foydaning bugungi qiymatini toping.

Yechish: $PV=\frac{5}{1.1}+\frac{5}{1.1^2}+\frac{5}{1.1^3}+\frac{5}{1.1^4}+\frac{5}{1.1^5}$

Bu — geometrik qator bo‘lib, kelajak daromadlarni bugungi pulga tenglashtiradi. Masala mazmuni shundan iboratki, bugungi 1 mln so‘m kelajakdagi 1 mln so‘mdan qadrliroq.

3. *Amortizatsiyada qo‘llanilishi*

Asbob-uskunalar yildan-yilga qiymatini yo‘qotadi. Bu kamayish ham geometrik qator bilan modellashtiriladi.

Hayotiy masala misol keltirsak.

Bir avtomobilning boshlang‘ich narxi 200 mln so‘m. Har yili 20% qiymatini yo‘qotadi. Uning 3 yildan keyingi qiymati:

$$200\cdot(0.8+0.8^2+0.8^3)$$

Bu qator avtomobilning qadrsizlanishini modellashtiradi.

4. Iqtisodiy prognozlash

Ishlab chiqarish hajmi har yili ma’lum foizga oshib boradi:

$$Q = a(1 + q + q^2 + \ldots)$$

Bu sanoat, aholi daromadi, inflyatsiya modellarida qo‘llanadi.

Masala.

Zavod birinchi yili 1000 dona mahsulot ishlab chiqardi. Har yili ishlab chiqarish 10% ga oshmoqda. 5 yildagi umumiy mahsulot:

$$1000\left(1+1.1+1.1^2+1.1^3+1.1^4\right)$$

XULOSA. Ushbu maqolada matematik analiz fanining muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan sonli qatorlar nazariyasining asosiy tushunchalari va xossalari yoritildi. Xususan, sonli qator ta’rifi, uning qisman yig‘indilari hamda yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi qatorlar tushunchalari ko‘rib chiqildi. Qatorlarning yaqinlashuvini aniqlashda zaruriy shart sifatida umumiy hadning nolga intilishi muhim mezon ekanligi ta’kidlandi, shuningdek, ishora almashinuvchi qatorlar uchun Leybnits alomatining ahamiyati asoslab berildi.

Maqolada sonli qatorlar nazariyasining tarixiy shakllanishi Sharq va G‘arb olimlarining ilmiy merosi bilan bog‘liq holda tahlil qilindi. Markaziy Osiyo allomalari tomonidan ishlab chiqilgan hisoblash va yaqinlashtirish usullari keyinchalik Yevropa matematiklari tomonidan mukammal nazariy shaklga keltirilgani qayd etildi. Bu holat sonli qatorlar nazariyasining umuminsoniy ilmiy taraqqiyot mahsuli ekanligini ko‘rsatadi.

Nazariy bilimlarni mustahkamlash maqsadida ishlangan misollar orqali geometrik qator, garmonik qator va p-qatorlarning yaqinlashish xossalari yoritildi hamda shartli va absolyut yaqinlashish tushunchalari tushuntirildi. Ayniqsa, manfiy hadli (ishora almashinuvchi) qatorlarning yaqinlashuvi Leybnits alomati yordamida aniqlanishi ilmiy jihatdan asoslandi.

Shuningdek, maqolada sonli qatorlarning iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishdagi o‘rni ochib berildi. Kredit va murakkab foizlar, investitsiyalarni baholash, amortizatsiya jarayonlari hamda iqtisodiy prognozlash masalalarida sonli qatorlardan samarali foydalanish mumkinligi hayotiy misollar asosida ko‘rsatildi. Bu esa sonli qatorlarning faqat nazariy emas, balki muhim amaliy ahamiyatga ega ekanligini tasdiqlaydi.

ISSN (E): 2992-9148 SJIF 2024 = 5.333 ResearchBib Impact Factor: 10.77 / 2025 VOLUME-4, ISSUE-3

Xulosa qilib aytganda, sonli qatorlar nazariyasi matematik analizning muhim tarkibiy qismi bo‘lib, u turli fan sohalarida, xususan, iqtisodiyotda keng qo‘llaniladigan samarali matematik vosita hisoblanadi. Sonli qatorlarni chuqur o‘rganish nafaqat matematik tafakkurni rivojlantiradi, balki real hayotdagi murakkab jarayonlarni matematik asosda tahlil qilish imkonini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.R.K.Karasakalov. Matematik analiz fandan integral hisob, sonli va funksional qatorlarga oid misol va masalalar. Temiz-2024

2.R.M.Turgunboyev.Matematik analiz 1-qism. Toshkent “Innovatsiya –Ziyo” 2021

3.T.Azlarov, H.Mansurov . Matematik analiz asoslari 2-qism. Toshkent “ Universitet” 2007

4. Paul Samuelson - Economics.- New York: McGraw-Hill, 2010.

5. Thomas Piketty- Capital in the Twenty-First Century.- Cambridge:Harvard University Press, 2014.

6. Steven Levitt, Stephen Dubner- Freakonomics.- New York:HarperCollins, 2005.