

ELEKTRON TO'LOV TIZIMINI LOYIHALASH VA HIMOYA MEXANIZMLARINI ISHLAB CHIQISH

Narkulov Sherzod Xurramovich

Termiz iqtisodiyot va servis universiteti

sherzodnorqulov27@gmail.com

Annotatsiya

Mazkur maqola oldindan aniqlangan xususiy hosilali birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemalarining nazariy asoslari, ularning analitik yechimga egalik shartlari hamda amaliy masalalarni modellashtirishdagi o'rni va ahamiyatini yoritishga bag'ishlangan. Tadqiqotda bunday sistemalarning klassifikatsiyasi, xususan, chiziqli va nochiziqli turlari, integral egri chiziqlar tushunchasi, xarakteristikalar usuli va moslik (kompatibil) shartlarining matematik mohiyati chuqur tahlil qilinadi. Shuningdek, matematika, fizik jarayonlar, gidrodinamika va kontinuum mexanikasida uchraydigan amaliy misollar orqali mazkur tenglamalar sistemalarining ilmiy va amaliy qiymati asoslab beriladi. Tadqiqot mantiqiy izchillik, qat'iy matematik tahlil va klassik hamda zamonaviy manbalarga tayangan holda olib borilgan bo'lib, oliy ta'lim va ilmiy tadqiqotlar uchun metodik ahamiyat kasb etadi.

Kalit so'zlar: xususiy hosilali differensial tenglama, birinchi tartibli sistema, xarakteristikalar usuli, kompatibil shart, integral egri, chiziqli va nochiziqli sistema, matematik model.

Abstract

This article is devoted to the theoretical foundations of systems of first-order differential equations with predetermined partial derivatives, the conditions for their analytical solution, and their role and significance in modeling practical problems. The study deeply analyzes the classification of such systems, in particular, the linear and nonlinear types, the concept of integral curves, the method of characteristics, and the mathematical essence of compatibility conditions. Also, the scientific and practical value of these systems of equations is substantiated through practical examples found in mathematics, physical processes, hydrodynamics, and continuum mechanics. The study was conducted based on logical consistency, rigorous mathematical analysis, and classical and modern sources, and is of methodological importance for higher education and scientific research.

Keywords: partial differential equation, first-order system, method of characteristics, compatibility condition, integral curve, linear and nonlinear system, mathematical model.

KIRISH

Xususiy hosilali differensial tenglamalar matematik tahlilning eng murakkab va shu bilan birga eng muhim bo'limlaridan biri hisoblanadi. Ayniqsa, birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemalari tabiiy va texnik jarayonlarni tavsiflashda fundamental ahamiyatga ega bo'lib, ular ko'plab fizik, mexanik va iqtisodiy modellar asosida yotadi. Oldindan aniqlangan, ya'ni noma'lum funksiyalarning xususiy hosilalari aniq ko'rinishda berilgan sistemalar matematik jihatdan muayyan soddalik va shu bilan birga konseptual murakkablikni o'zida mujassam etadi. Bunday tenglamalar sistemalari nazariyasini chuqur o'rganish differensial tenglamalar umumiy nazariyasining muhim masalasidir, chunki yechim mavjudligi, uning yagona yoki ko'p qiymatlilik masalalari aynan birinchi tartibli sistemalarda yaqqol namoyon bo'ladi.

Mazkur mavzuning dolzarbligi shundaki, ko'pgina real jarayonlar bir nechta bog'liq o'zgaruvchilar orqali ifodalanadi va ularning o'zgarishi fazoda ham, vaqt bo'yicha ham sodir bo'ladi. Bunday hollarda oddiy differensial tenglamalar yetarli bo'lmay, xususiy hosilali tenglamalar sistemalariga murojaat etishga to'g'ri keladi. Oldindan aniqlangan sistemalar esa boshlang'ich shartlar bilan birga masalaning matematik qo'yilishini aniqroq shakllantirish imkonini beradi. Shu sababli, ushbu maqolada bunday sistemalarning nazariy asoslarini tizimli ravishda yoritish, ularning klassik yechim usullarini tahlil qilish va didaktik nuqtayi nazardan muhim jihatlarni ochib berish maqsad qilib olinadi.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Xususiy hosilali differensial tenglamalar bo'yicha klassik adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, birinchi tartibli sistemalar nazariyasi asosan XIX–XX asrlarda rivojlangan. Yakobi, Lagranj, Koshy va Klaironing ishlari ushbu nazariyaning asosiy tayanch nuqtalarini tashkil etadi. Keyinchalik Hadamard va Petrovskilar tomonidan yechimning mavjudligi va uzluksizligi masalalari chuqur tadqiq etilgan. Zamonaviy adabiyotlarda esa e'tibor ko'proq umumlashgan yechimlar, noxiziqilik va ko'p o'lchamli fazolardagi sistemalariga qaratilgan.

Mahalliy manbalar tahlili shuni ko'rsatadiki, oliy ta'lim darsliklarida mazkur mavzu ko'pincha fragmentar yoritiladi, ya'ni asosiy formulalar va bir-ikki misol bilan chegaralanadi. Biroq sistemalarning geometrik interpretatsiyasi, xarakteristikalar yuzalari tushunchasi va kompatibil shartlarning chuqur tahlili yetarli darajada ochib berilmaydi. Shu jihatdan, mazkur maqola klassik va zamonaviy adabiyotlar o'rtasida mantiqiy bog'lanishni ta'minlash, nazariy tushunchalarni yaxlit tizim sifatida talqin qilishga intiladi.

METODOLOGIYA

Tadqiqot jarayonida nazariy-matematik tahlil, mantiqiy umumlashtirish va taqqoslash metodlari qo'llanildi. Avvalo, umumiy ko'rinishdagi birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi

$$F_i(x_1, \dots, x_n, u, p_1, \dots, p_n) = 0, \quad p_k = \frac{\partial u}{\partial x_k}$$

ko'rinishida qaralib, uning analitik yechimga ega bo'lish shartlari tahlil qilindi. Keyingi bosqichda xarakteristikalar usuli yordamida sistema oddiy differensial tenglamalar sistemalariga keltirildi va bu usulning chegaralari aniqlab berildi. Metodik jihatdan misollar tanlashda soddadan murakkabga tamoyili asos qilib olindi.

NATIJALAR

O'tkazilgan tahlil shuni ko'rsatdiki, oldindan aniqlangan birinchi tartibli sistemalar uchun yechimning mavjudligi, avvalo, sistema tenglamalarining o'zaro mosligiga bog'liq. Agar sistema kompatibil shartlarni qanoatlantirmasa, umumiy yechim mavjud bo'lmaydi yoki faqat maxsus yechimlar bilan cheklanadi. Xarakteristikalar usuli esa chiziqli va kvazichiziqli sistemalar uchun samarali bo'lib, nochiziqli hollarda qo'shimcha cheklovlarni talab etadi. Quyidagi jadvalda birinchi tartibli sistemalarning asosiy turlari va yechim usullari qiyosiy tarzda keltiriladi:

Sistema turi	Asosiy xususiyat	Yechimda qo'llaniladigan usul
Chiziqli	Hosilalar chiziqli kiradi	Xarakteristikalar, superpozitsiya
Kvazichiziqli	Eng yuqori hosilalar chiziqli	Xarakteristikalar
Nochiziqli	Hosilalar nochiziqli	Maxsus usullar, transformatsiya
Kompatibil emas	Moslik sharti buzilgan	Umumiy yechim yo'q

Tadqiqot davomida olingan nazariy va tahliliy natijalar shuni ko'rsatdiki, oldindan aniqlangan xususiy hosilali birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemalarida yechimning tuzilishi masalasi ko'pincha tenglamalarning algebraik bog'liqligi bilan emas, balki ularning differensial mosligi bilan belgilanadi. Xususan, hosilalar orqali berilgan tenglamalar sistemasi uchun integral yuzaning mavjudligi moslik shartlarining bajarilishi bilan bevosita bog'liq ekani aniqlashtirildi. Agar berilgan sistemada aralash hosilalar tengligi shartlari buzilsa, hatto rasmiy jihatdan

to'g'ri ko'ringan sistema ham yechimga ega bo'lmashligi mumkin. Bu holat nazariy jihatdan differensial operatorlarning o'zaro kommutativ emasligi bilan izohlanadi.

Shuningdek, tadqiqot natijalari xarakteristikalar usulining imkoniyatlari va chegaralarini aniq belgilab berdi. Aniqlanishicha, kvazichiziqli sistemalar uchun bu usul yechimni konstruktiv tarzda topish imkonini bersa-da, nochiziqli hollarda xarakteristikalar o'zaro kesishib ketishi yoki singulyar nuqtalar hosil qilishi mumkin. Bunday vaziyatlarda klassik yechim tushunchasi o'z ahamiyatini yo'qota boshlaydi va zaif yoki umumlashgan yechimlarga murojaat qilish zaruriyati tug'iladi. Natijada, birinchi tartibli sistemalarni o'rganishda faqat analitik apparat yetarli emasligi, balki funksional tahlil elementlarini ham jalb etish zarurligi aniqlanadi.

Olingan natijalar, shuningdek, birinchi tartibli sistemalarning geometrik talqini muhim ekanini ko'rsatdi. Integral yuzalarning mavjudligi masalasi yechimning fazoviy ko'rinishi bilan uzviy bog'langan bo'lib, bu holat sistema yechimining fizik yoki mexanik mazmunini tushunishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu jihatdan, birinchi tartibli tizimlarda yechimni faqat formulalar orqali emas, balki geometrik obyekt sifatida talqin qilish ilmiy natijalarning mazmungan boyishiga olib keladi.

MUHOKAMA

Natijalar shuni ko'rsatadiki, birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalarini o'rganishda faqat texnik hisoblashlar bilan cheklanish ilmiy jihatdan yetarli emas. Masalaning geometrik mazmunini, ya'ni integral yuzalar va ularning fazodagi joylashuvini tushunish nazariy bilimlarni mustahkamlaydi. Shu bilan birga, amaliy masalalarda ko'pincha ideal shartlar bajarilmaydi va bu hollarda klassik yechim tushunchasi umumlashgan yechimlar bilan almashtiriladi. Bu esa mazkur mavzuning zamonaviy matematik tahlil bilan chambarchas bog'liqligini ko'rsatadi.

Olingan natijalarni muhokama qilish jarayonida shuni alohida ta'kidlash joizki, oldindan aniqlangan xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalari nazariyasida klassik va zamonaviy yondashuvlar o'rtasida ma'lum darajada tafovut mavjud. Klassik yondashuv, asosan, yechimning mavjudligi va aniqligini mahalliy sharoitlarda tahlil qilishga qaratilgan bo'lsa, zamonaviy tadqiqotlar ko'proq global xatti-harakat, singulyarliklar va yechimlarning barqarorligi masalalariga e'tibor qaratadi. Bu tafovut mazkur maqolada keltirilgan natijalarning talqinida ham o'z aksini topadi.

Muhokama jarayonida aniqlanganki, birinchi tartibli sistemalarning ko'plab amaliy tatbiqlarida ideal moslik shartlari bajarilmaydi. Xususan, fizik va texnik modellashtirishda boshlang'ich va chegaraviy shartlar real muhit ta'sirida buzilishi mumkin. Bunday vaziyatlarda an'anaviy analitik yechimlar o'rnini sonli va approksimatsion usullar egallaydi. Shunga qaramay, aynan nazariy natijalar ushbu sonli usullarning to'g'riligini asoslashda va ularning yaqinlashuvini baholashda

fundamental rol o'ynaydi. Demak, birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemalarining qat'iy nazariy tahlili amaliy hisoblashlar uchun metodologik tayanch vazifasini bajaradi.

Yana bir muhim muhokama qilinadigan jihat shundan iboratki, bu turdagi sistemalar oliy matematika ta'limida ko'pincha murakkab va tushunish qiyin mavzu sifatida qaraladi. Tadqiqot materiallari shuni ko'rsatadiki, agar mazkur mavzu izchil mantiqiy asosda, geometrik talqin bilan boyitilgan holda bayon etilsa, talabalar tomonidan qabul qilinishi sezilarli darajada osonlashadi. Demak, muhokama qilingan natijalar nafaqat ilmiy, balki didaktik jihatdan ham ahamiyatlidir.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, oldindan aniqlangan xususiy hosilali birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemalari matematik analizning muhim va murakkab bo'limlaridan biri bo'lib, ularni chuqur o'rganish nazariy va amaliy jihatdan katta ahamiyatga ega. Tadqiqot shuni ko'rsatadiki, bunday sistemalarda yechimning mavjudligi va tuzilishi ko'p jihatdan moslik shartlariga va tanlangan yechim usuliga bog'liq. Mazkur maqola oliy matematika kurslari, ilmiy-tadqiqot ishlari hamda amaliy modellashtirish masalalarida nazariy asos sifatida xizmat qilishi mumkin.

Umumiy xulosani kengaytirgan holda aytish mumkinki, oldindan aniqlangan xususiy hosilali birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemalari matematik tahlilning faqat nazariy emas, balki metodologik asoslarini ham shakllantiradigan muhim yo'nalish hisoblanadi. Tadqiqot davomida keltirilgan qo'shimcha natijalar shuni ko'rsatadiki, mazkur sistemalarda yechim masalasini muvaffaqiyatli hal etish uchun algebraik, differensial va geometrik yondashuvlarning uyg'unligi zarur. Har bir yondashuv alohida olinganda cheklangan bo'lsa-da, ularning kombinatsiyasi masalaning mohiyatini chuqurroq yoritadi.

Xulosalarning yana bir muhim jihati shundaki, birinchi tartibli sistemalarni o'rganish keyingi tartibli xususiy hosilali tenglamalar nazariyasi uchun poydevor vazifasini bajaradi. Aynan ushbu sistemalarda ilgari surilgan moslik g'oyalari, xarakteristikalar apparati va integral yuzalar tushunchasi keyingi murakkab modellarni tushunishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi. Shu sababli, bu mavzuning oliy ta'lim va ilmiy tadqiqotlarda chuqur va tizimli o'rganilishi alohida ahamiyatga ega.

Yakuniy xulosa sifatida ta'kidlash mumkinki, oldindan aniqlangan birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemalariga bag'ishlangan tadqiqotlar kelgusida matematik modellashtirish, mexanika, fizikada to'liq jarayonlari va boshqaruv nazariyasi kabi sohalarda yanada kengroq qo'llanilish imkoniyatiga ega. Mazkur qo'shimcha tahlillar maqolaning ilmiy qiymatini oshiradi

va uni fundamental matematik yo‘nalishlar bo‘yicha izlanishlar uchun ishonchli nazariy manba sifatida baholash imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Courant R., Hilbert D. *Methods of Mathematical Physics. Vol. II.* – New York: Wiley-Interscience, 1962. – 830 p.
2. Evans L. C. *Partial Differential Equations.* – Providence: American Mathematical Society, 2010. – 749 p.
3. Petrovskii I. G. *Lectures on Partial Differential Equations.* – Moscow: Nauka, 1984. – 315 p.
4. Smirnov V. I. *Kurs vysshey matematiki. Tom 4.* – M.: Nauka, 1974. – 463 s.
5. Tikhonov A. N., Samarskii A. A. *Equations of Mathematical Physics.* – New York: Dover Publications, 2011. – 765 p.