

DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING BIOLOGIYA FANIGA TATBIQLARI

Eshqorayev Qaxramon Aburaxmatovich

Termiz davlat muhandislik va agrotexnologiyalar universiteti

“Aniq va tabiiy fanlar” kafedrasida dotsenti, p.f.f.d. (PhD)

E-mail: eshqorayevqahramon87@gmail.com

Annotatsiya: Bu maqolada biologiyadagi baʼzi matematik modellar qaraladi. Modellar orqali biologiyaning masalalari aniq integrallar va differensial tenglamalarga olib kelinadi. Mazkur modellardan aniq integrallar va differensial tenglamalar nazariyasidan oʻqiladigan maʼruzalarda ularning tadbiqlari sifatida ham foydalanish mumkin.

Kalit soʻzlar: Ekologik tizim, populyatsiya, model, aniq integral, differensial tenglama va irsiyat koeffitsienti

Аннотация: В данной статье рассматриваются некоторые математические модели в биологии и медицине. С помощью моделей задачи биологии и медицины сводятся к дифференциальным уравнениям и нелинейным операторам (в том числе к квадратичным стохастическим операторам). Эти модели могут быть использованы в качестве их приложений в лекциях по теории дифференциальных уравнений и квадратичных стохастических операторов

Ключевые слова: Экологическая система, популяция, модель, дифференциальное уравнение, симплекс, коэффициент наследственности.

Abstract: This article reviews some mathematical models in biology and medicine. Through of these models, the problems of biology and medicine are brought to differential equations and nonlinear operators (including quadratic stochastic operators). These models can also be used as their applications in the theory of differential equations and quadratic stochastic operators.

Keywords: Ecological system, population, model, differential equation, simplex, heredity coefficient.

KIRISH

Hozirgi vaqtda butun jahonda matematika fanining boshqa fanlar bilan o'zaro bog'lagan holda o'rganish dolzarb masalalardan biri hisoblanmoqda. Butun jahonda shu jumladan yurtimizda ham biologiya faniga qo'llash dolzarb masalalardan biri hisoblanib kelmoqda. Shu munosabat bilan mazkur yo'nalishda bir qator ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Bunga xorijlik, MDX mamlakatlari va yurtimiz olimlarning hissalari katta. Yuqorida keltirilganlarni inobatga olgan holda mazkur maqolada izlanishlarimiz natijasida biologiyadagi ba'zi matematik tenglamalar yordamida biologik masalalarni yechishi keltirib o'tganimiz. Asosan matematik modellashtirishlar orqali biologiyaning masalalari xususiy hosilali, aniq integral yoki oddiy differensial tenglamalarni o'rganishga olib kelinadi. Ushbu maqolada differensial tenglamalar (turli biologik jarayonlarning matematik modellari nazarda tutilmoqda) bakalavriyat talabalari va magistr'larga differensial tenglamalardan o'qiladigan ma'ruzalarda, xususan biologik masalalarini tadbirlari sifatida ham foydalanish mumkin.

ASOSIY QISM

Matematika barcha fanlar bilan uzviy bog'liqdir shu jumladan biologiyada differensial tenglamalar organizmlar, populyatsiyalar va kasalliklar dinamikasini modellashtirish uchun keng qo'llaniladi.

Masalalarni yechish jarayoni quyidagi bosqichlardan iborat:

1. **Masalaning biologik mazmunini tushunish,**
2. **Matematik modelni tuzish (differensial tenglamani yozish),**
3. **Tenglamani yechish yoki tahlil qilish,**
4. **Natijalarni biologik ma'noda sharhlash.**

Ekspontensial o'sish modeli

Bu model resurslari cheksiz bo'lgan muhitda populyatsiyaning qanday o'sishini ifodalaydi.

Differensial tenglamalar yordamida biologik masalalarni yechish. Differensial tenglamalar yordamida biologik masalalarni yechish uchun qaratilgan bo'lib fizikada, muhandislikda, biologiyada, iqtisodiyotda va boshqa ko'plab sohalarda keng qo'llaniladi. Ular o'zgaruvchan miqdorlar orasidagi bog'liqlikni ifodalashda ishlatiladi va turli jarayonlarni modellashtirish, tahlil qilish imkonini beradi. Biologik jarayonlarni modellashtirishda differensial tenglamalar keng qo'llaniladi.

Misollar: Populyatsiyalar dinamikasining matematik ifodasini differensial tenglamalar orqali ifodalash uchun quyidagi shartlar asosida kuzatish talab etiladi:

- qaralayotgan fazo (muhitda) individlar tekis taqsimlangan;
- populyatsiya yosh bo'yicha ham, jins bo'yicha ham yetarli darajada bir xil (bir jinsli);
- ko'payish jarayoni uzluksiz;

individlarning umumiy son yetarlicha ko'p.

Oddiy populyatsiya o'sish modellari. Populyatsiya miqdorini $N(t)$ bilan belgilaymiz. Funksiya $N(t)$ diskret bo'lishi kerak, biroq tasdiqlar shuni ko'rsatadiki ma'lum kichik xatolikni hisobga olmaganda, barcha t ($t > 0$) lar uchun $N(t)$ ni uzluksiz differensiallanuvchi deb qarash mumkin. Biologik ma'no jihatdan barcha t ($t > 0$) t larda $N(t) \geq 0$) deb hisoblash mumkin. Populyatsiyaning boshlang'ich miqdorini $N_0 = N(0)$ deb belgilaymiz.

Malthus modeli (eksponensial o'sish modeli). Bu eng oddiy model bo'lib, populyatsiya soni cheksiz resurslar mavjud bo'lgan sharoitda eksponensial tarzda o'sadi. Model quyidagi differensial tenglama orqali ifodalanadi:

Bu jarayon quyidagi **differensial tenglama** bilan ifodalanadi:

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

bu yerda:

- $N(t)$ – vaqt t da populyatsiya soni,
- $r > 0$ – populyatsiyaning tabiiy o'sish sur'ati (foiz yoki nisbat sifatida),
- t – vaqt.

2. Tenglamaning yechimi

Differensial tenglamani yechsak:

$$N(t) = N_0 e^{rt}$$

bu yerda:

- N_0 – boshlang‘ich populyatsiya soni ($t = 0$ da),
- e – natural logarifm asosi ($\approx 2,718$).

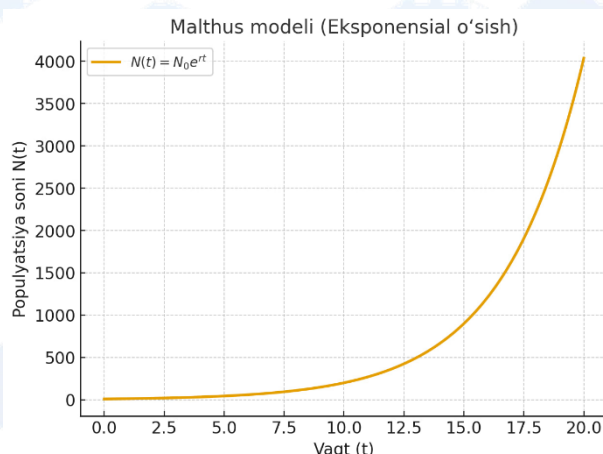
Demak, vaqt o‘tishi bilan populyatsiya eksponensial ko‘rinishda cheksiz o‘sadi.

3. Grafik tasviri

Grafikda:

- x -o‘qi (gorizontal) – vaqt t ,
- y -o‘qi (vertikal) – populyatsiya soni $N(t)$,
- Egri chiziq – eksponensial o‘shish ($N(t) = N_0 e^{rt}$).

Endi men siz uchun bu modelning grafik chizmasini tayyorlab beraman.



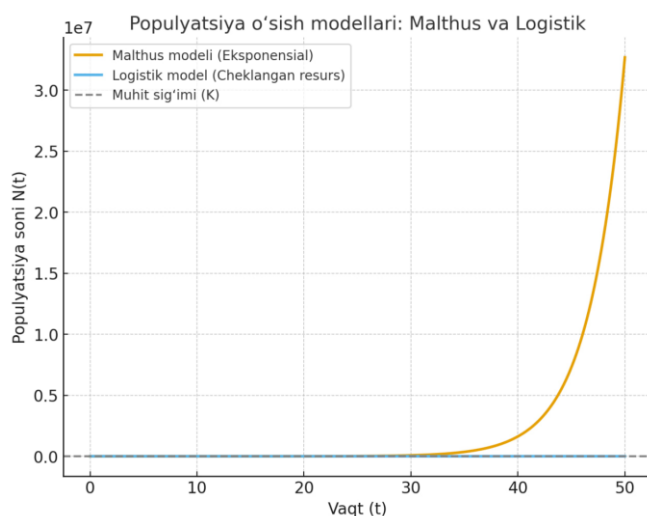
Logistik o‘shish modeli. Malthus modeli cheksiz o‘shishni nazarda tutadi, ammo real sharoitda populyatsiya cheklangan resurslar tufayli ma’lum bir maksimal hajmga (K) yetadi. Logistik model bu cheklovni hisobga oladi:

$$\frac{dP}{dt} = rP(1 - PK) \frac{dt}{dP} = rP(1 - KP)$$

Grafikda ko‘rinishi

- **Malthus modeli:** cheksiz o‘sadi.
- **Logistik modeli:** dastlab tez o‘sadi, keyin asta-sekin to‘xtab, K atrofida barqarorlashadi.

Keling, grafiklarni birgalikda chizib ko‘ramiz



Mana qarang ikkita modelning solishtirilgan grafigi:

- **Ko'k egri chiziq (Malthus modeli)** – cheksiz o'sib ketadi.
- **To'q sariq egri chiziq (Logistik model)** – muhit sig'imi K ga yaqinlashib barqarorlashadi.
- **Kulrang chiziq** – maksimal sig'im (K).

Shunday qilib, **Malthus modeli** nazariy o'sishni ko'rsatsa, **Logistik model** real hayotga yaqinroq, chunki resurslar cheklangan.

Xulosa.

Differensial tenglamalar ko'plab ilmiy va texnik sohalarda qo'llaniladi. Jumladan quyidagi sohalarda fizika, iqtisodiyot, biologiya, kimyo, tibbiyot va boshqa sohalarda qo'llaniladi. Biz ushbu maqolamizda differensial tenglamalarning biologiyaga tadbqiqini ko'rib chiqdik, demak.

Biologiya va tibbiyotda quyidagi bo'limlarida qo'llaniladi

1. **Populyatsiya dinamikasi:** Logistik o'sish modeli
2. **Epidemiologiya:** Yuqumli kasalliklarning tarqalishini tavsiflovchi SIR modeli
3. **Fiziologiya:** Yurak urishi va qon aylanish tizimi modeli

Yuqoridagidan biz populyatsiyaning bir fanlarda uchraydigan ko'plab jarayonlarning differensial tenglamalar yordamida tavsiflanishi ta'kidlab o'tilgan. Hozirgi vaqtda, dinamik modellar biologiyada juda keng qo'llanilib kelmoqda. Bu dinamik modellarda jarayonning kelgusidagi holati nafaqat uning hozirgi holatidan, shuningdek bu jarayonning o'tmishdagi holatiga ham bog'liq holda o'rganiladi.

Bunday dinamik modellarni matematik tilda ifodalash uchun funksional- differensial tenglamalar qo'1 keladi. Demakki boilogiya fanini rivojlanishi uchun matematika fanining xissasi ulkan desak mubolag'a bo'lmaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Eshqorayev Q.A., Toshboyeva N.Y. “MUHAMMAD AL-XORAZMIYNING CHIZIQLI VA KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI” Acumen: International Journal of Multidisciplinary Research 2025.
2. Eshqorayev Qaxramon, Toshboyeva Nargiza Yo'ldashevna “TABIIY FANLAR SOHASIDA MATEMATIKANING O'RNI” Uzluksiz ta'lim tizimida o'qitishning innovatsion g'oyalari va zamonaviy pedagogik texnologiyalari, xalqaro ilmiy-amaliy anjuman 2025.
3. Eshqorayev Q.A.; Toshboyeva N.Y “KOMPLEKS SONLARNI KASBIY FAOLIYATDA QO'LLANILISHI” Муғаллим ҳам ўзликсиз билимлендириў, ISSN 2181-7138: 2025.
4. Б.Г.Пигменов. Функционально –дифференциальные уравнения в биологии и медицине. Екатеринбург. 2008 г. B. G. Pigmenov. Functional and differential equations in biology and medicine. Yekaterinburg. 2008
5. Қ.А.Эшқораев, Б.З.Усмонов, Координаталар усули ёрдамида масалалар ечиш “Физика, математика ва информатика” 1с. Т:“Катарант” МЧЖ 2020.
6. Б.З.Усмонов, Б.Алимов, Қ.А.Эшқораев ва Ғ.Н.Насридинов. “Туб сонларни ўқувчиларга содда ва қизиқарли йўллар билан тушунтириш”. “Физика, математика ва информатика” 5с. Т. “Катарант” МЧЖ 2020.
7. Эшқораев К.А. Вербальный интеллект как фактор успеха // Социосфера. № 4. 2021.
8. Хайдаров I.Q., Eshqorayev Q.A. Urinov A.S. Bernuli tenglamasi yordamida yechiladigan fizik masalalar. “Экономика и социум” №8(87) 2021.