

ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕХАНИКЕ И МАТЕМАТИКЕ: БОЛЕЕ
ПРИСТАЛЬНЫЙ ВЗГЛЯД

А. А. Примкулова. ст. пр. Университета науки и технологий

e-mail: alimahon.21@mail.ru

Annotatsiya

Raqamli texnologiyalar mexanika va matematika sohalarida inqilob qildi, muammolarga yondashuvni, ularni tahlil qilish va echishni o'zgartirdi. Ushbu maqola raqamli texnologiyalarning ushbu fanlarga ta'sirini, xususan, cheklangan elementlarni tahlil qilish va hisoblash suyuqlik dinamikasi kabi hisoblash usullarini integratsiyalashuvini, raqamli vositalar ilg'or algoritmlar va ma'lumotlarni tahlil qilish usullari orqali yangi nazariyalar va teoremlarni o'rganishni osonlashtirish orqali matematik tadqiqotlarni qanday yaxshilaganini ko'rib chiqadi. Umuman olganda, ushbu maqola raqamli asrda mexanika va matematikaning o'zgaruvchan landshaftini har tomonlama ko'rib chiqishni taklif qiladi.

Kalit so'zlar: *modellashtirish, hisoblash usullari, raqamli tahlil, kompyuter algebra tizimlari.*

Abstract

Digital technologies have revolutionized the fields of mechanics and mathematics, changing the approach to problems, their analysis and solution. This article examines the impact of digital technologies on these disciplines, in particular the integration of computational methods such as finite element analysis and computational fluid dynamics, how digital tools have improved mathematical research by facilitating the study of new theories and theorems using advanced algorithms and data analysis methods. Overall, this article offers a comprehensive overview of the changing landscape of mechanics and mathematics in the digital age.

Keywords: *Modeling, computational methods, numerical analysis, computer algebra systems*

Аннотация

Цифровые технологии произвели революцию в областях механики и математики, изменив подход к задачам, их анализ и решение. В этой статье

рассматривается влияние цифровых технологий на эти дисциплины, в частности интеграция вычислительных методов, таких как анализ методом конечных элементов и вычислительная гидродинамика, как цифровые инструменты улучшили математические исследования, облегчив изучение новых теорий и теорем с помощью передовых алгоритмов и методов анализа данных. В целом, эта статья предлагает всесторонний обзор меняющегося ландшафта механики и математики в эпоху цифровых технологий.

Ключевые слова: Моделирование, вычислительные методы, численный анализ, системы компьютерной алгебры

Цифровые технологии оказали глубокое влияние на области механики и математики, изменив подход к решению проблем, нахождение решений и формулирование теорий. В этой статье рассматриваются конкретные примеры, подчеркивающие влияние цифровых технологий в этих областях, демонстрирующие их практическое применение, преимущества и будущие последствия.

Анализ методом конечных элементов (FEA) в механике

FEA - это мощный цифровой инструмент, широко используемый в механике для моделирования поведения сложных конструкций в различных условиях. Например, в гражданском строительстве FEA используется для анализа распределения напряжений в мостах, обеспечивая их структурную целостность. В автомобилестроении FEA используется для моделирования краш-тестов, позволяя инженерам оптимизировать конструкции транспортных средств для обеспечения безопасности. FEA позволяет точно моделировать сложные системы, предоставляя информацию, которая неоценима для проектирования надежных и эффективных конструкций.

Вычислительная гидродинамика (CFD) в механике

CFD - еще одна цифровая технология, широко используемая в механике, особенно при изучении течения жидкости. В аэрокосмической технике CFD используется для проектирования аэродинамических профилей самолетов, оптимизации их топливной экономичности и эксплуатационных характеристик. В инженерии окружающей среды CFD используется для моделирования рассеивания загрязняющих веществ в атмосфере, помогая в разработке эффективных стратегий смягчения последствий. CFD позволяет инженерам

визуализировать и анализировать явления, связанные с потоком жидкости, что приводит к разработке инновационных решений в различных отраслях промышленности.

Например, уравнения Навье-Стокса – система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая движение вязкой ньютоновской жидкости. Уравнения Навье-Стокса являются одними из важнейших в гидродинамике и применяются в математическом моделировании многих природных явлений и технических задач.

В случае несжимаемой жидкости система состоит из двух уравнений:

- ✓ уравнения движения,
- ✓ уравнения неразрывности.

В гидродинамике обычно уравнением Навье-Стокса называют только одно векторное уравнение движения.

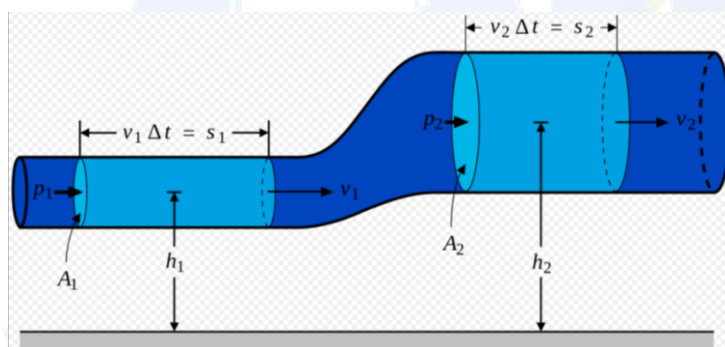


Рисунок 1. Схема для одного из решений уравнения Бернулли.

Численный анализ в математике

Математическое моделирование задач механики, физики и других отраслей науки и техники сводятся к дифференциальным уравнениям. В связи с этим решение дифференциальных уравнений является одной из важнейших математических задач. В вычислительной математике изучаются численные методы решения дифференциальных уравнений, которые особенно эффективны в сочетании с использованием вычислительной техники.

Численный анализ - это раздел математики, который фокусируется на разработке алгоритмов для решения математических задач с использованием компьютеров. Одним из ярких примеров является использование численных методов для решения дифференциальных уравнений, которые являются фундаментальными во многих научных дисциплинах. Например, в физике численные методы используются для моделирования поведения частиц в

квантовой механике, позволяя исследователям изучать сложные явления на атомном уровне. Численный анализ играет решающую роль в углублении нашего понимания математических концепций и их практического применения.

Системы компьютерной алгебры (CAS) в математике

CAS - это программные инструменты, которые позволяют математикам символически манипулировать математическими выражениями. Эти системы используются для упрощения сложных выражений, решения уравнений и вывода новых формул и теорем. Например, в алгебраической геометрии CAS используются для изучения геометрических объектов, определяемых полиномиальными уравнениями, позволяя исследователям исследовать их свойства и взаимосвязи. CAS произвели революцию в области математики, автоматизировав утомительные вычисления и позволив исследователям сосредоточиться на концептуальном понимании и решении проблем.

CAS Панель инструментов








По умолчанию, окно разделено на две части CAS-вид и Графический вид. В зависимости от того с каким видом вы работаете, отображается либо панель инструментов Графического вида, либо панель инструментов CAS-вида.



Панель инструментов CAS-вида отличается от всех изученных ранее, тем, что в ней инструменты не сгруппированы. Каждая кнопка на панели инструментов – это один инструмент.

Таблица 1. Знакомство с инструментами режиме CAS

1	=	Инструмент Вычислить позволяет вычислить или упростить в символьной форме введенное выражение Введите выражение $a+2b+3a+b$, а в новой строке ввода введите какое-либо числовое выражение, например, $45+28$
2	≈	Упрощает введенное выражение в численной форме, представляя результат в виде десятичной дроби Введите $3/4$ для преобразования обыкновенной дроби в десятичную

3		Введите $f(x) := x^2 - 4$ в окне CAS-вида и выберите инструмент Закрепить ввод для задания квадратичной функции. Инструмент проверяет ввод и сохраняет его. Данный инструмент очень полезен, если вы хотите сохранить выражение в том виде, в котором вы его ввели без каких-либо преобразований.
4		Введите $f(x)$ в следующей строке CAS-вида и выберите инструмент Факторизация для разложения на множители.
5		Введите $f(x)$ в следующей строке и выберите инструмент Производная для вычисления производной функции.
6		Нажмите на значок рядом с уравнением производной для отображения графика производной функции.
7		Введите уравнение $3x + 1 = 10$ в CAS-вида и выберите инструмент Решить.
8		Введите выражение $2*(a + b)$ и раскройте скобки, используя инструмент Раскрыть скобки.
9		С помощью инструмента подстановка вы можете подставить значение переменных в выражение. Выберите выражение, в которое хотите совершить подстановку, Например, в выражение, полученное на шаге 8. В появившемся диалоговом окне введите новые значения переменных, и выберите действие — Вычислить, Десятичная дробь, Закрепить ввода. Результат выполнения действия аналогичен соответствующим инструментам (1-3).

Команды CAS

Можно вводить команды в окне CAS-вида. За командой всегда следуют круглые или квадратные скобки, в которых указываются параметры команды.

Решение системы линейных уравнений

В этом примере мы рассмотрим решение СЛАУ методами алгебры логики. Пусть дана система уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ -y + 3z = 7 \end{cases}$$

можно записать в виде умножения матриц

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_X = \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}}_B$$

Тогда решение линейного уравнения сводится к решению матричного уравнения $A \cdot X = B$

Преимущества и будущие последствия

Интеграция цифровых технологий в механику и математику дает множество преимуществ, включая повышенную эффективность, точность и масштабируемость. Эти технологии позволяют исследователям и профессионалам решать сложные задачи, которые ранее были невыполнимы, что приводит к достижениям в различных областях. Забегая вперед, отметим, что продолжающееся развитие цифровых технологий, таких как искусственный интеллект и квантовые вычисления, обещает дальнейшую революцию в механике и математике, открывая новые возможности для исследований и инноваций.

В заключение отметим, что цифровые технологии преобразили механику и математику, предоставив исследователям и профессионалам возможность решать сложные проблемы и стимулировать инновации. Примеры, приведенные в этой статье, иллюстрируют разнообразие применений и глубокое влияние цифровых технологий в этих областях, подчеркивая их важность для формирования будущего науки и техники.

Используемые источники:

1. wiki/Система_компьютерной_алгебры.
2. Системы компьютерной алгебры в обучении математике Текст научной статьи по специальности «Компьютерные и информационные науки». Е.А. Горский. 2016г.
3. Иоахим Фон Зур Гатен; Юрген Герхард (25 апреля 2013 г.). Современная компьютерная алгебра . Издательство Кембриджского университета. ISBN 978-1-107-03903-2.

4. Кейт О. Геддес; Стивен Р. Чапор; Джордж Лабан (30.06.2007). Алгоритмы компьютерной алгебры. Springer Science & Business Media. ISBN 978-0-585-33247-5.

5. Учебный план и оценка в эпоху систем компьютерной алгебры. Информационный центр образовательных ресурсов Информационный центр по науке, математике и экологическому образованию, Колумбус, Огайо.

