МЕДИЦИНА, ПЕДАГОГИКА И ТЕХНОЛОГИЯ:
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА
Researchbib Impact factor: 11.79/2023
SJIF 2024 = 5.444
Том 2, Выпуск 9, 30 Сентябрь

FAZODA ANALITIK GEOMETRIYANING SODDA MASALALARI.

Latipova Shahnoza Salim qizi
Osiyo Xalqaro Universiteti
“Umumtexnik fanlar” kafedrasi o’qituvchisi
slatipova543@gmail.com

ANNOTATSIYA

Fazodagi analitik geometriya sirt va chiziqlarni ularning tenglamalari orqali algebraik usullarda o‘rganadi. Bunda asosan ikkita masala qaraladi:

1) berilgan tenglama fazoda qanday obyektni ifodalashini aniqlash;
2) berilgan geometrik obyekt tenglamasini topish.

Fazodagi eng sodda sirt bo‘lmish tekislik I tartibli tenglama bilan ifodalanadi va aksincha, har qanday I tartibli tenglama fazoda biror sirtni aniqlaydi. Tekisliklarning xususiyatlarini ularning umumiy, kesmalardagi va normal tenglamalari yordamida o‘rganish mumkin. Kerak bo‘lganda bu tenglamalarning biridan ikkinchisiga o‘tib bo‘ladi.

Kalit so’zlar. Fazodagi nuqta koordinatalari * Fazodagi geometrik obyekt tenglamasi* Fazodagi analitik geometriya predmeti * Fazodagi analitik geometriyaning asosiy masalalari * Tekislikning umumiy tenglamasi * Tekislikning normal vektori.

1.1. Fazoda analitik geometriya predmeti va asosiy masalalari. Fazoda Dekart koordinatalar sistemasi kiritilgan bo‘lsin. Bu holda undagi har bir M nuqta uning *koordinatalari* deb ataladigan (x, y, z) sonlar uchligi bilan to‘liq aniqlanishi va $M(x, y, z)$ kabi yozilishi oldin (III bob, §2) aytib o‘tilgan edi. Fazodagi sirt va chiziqlarni $M(x, y, z)$ nuqtalar to‘plami kabi qarash mumkin. Fazoda biror S sirt va

$$F(x, y, z)=0 \qquad (*)$$

tenglama berilgan bo‘lsin.

__1-TA‘RIF:__ Agar (*) tenglamani faqat S sirtga tegishli $M(x, y, z)$ nuqtalarning koordinatalari qanoatlantirsa, u bu sirtning *tenglamasi* deb ataladi.

Agarda $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqta uchun $F(x_0,y_0,z_0)=0$ shart bajarilsa (tenglama qanoatlantirilsa), M_0 nuqta shu tenglama bilan aniqlanadigan S sirtga tegishli, aks holda esa tegishli boʻlmaydi. Shunday qilib sirt oʻzining tenglamasi bilan toʻliq aniqlanadi. Ammo har qanday tenglama ham biror sirtni ifodalashi shart emas. Masalan, $x^2+ y^4+z^6=0$ tenglamani faqat bitta O(0,0,0) nuqta koordinatalari qanoatlantiradi va shu sababli bu tenglama sirtni ifodalamaydi. Shuningdek, $x^2+y^2+z^2+1=0$ tenglamani fazodagi birorta ham nuqtaning koordinatalari qanoatlantirmaydi va u boʻsh toʻplamni ifodalaydi.

Fazodagi chiziqlarni tenglamalari $F_1(x, y, z)=0$ va $F_2(x, y, z)=0$ boʻlgan S_1 va S_2 sirtlarning kesishish chizigʻi singari qarash mumkin. Bu holda chiziqdagi barcha M(x, y, z) nuqtalarning koordinatalari

$$\begin{cases} F_1(x,y,z)=0 \\ F_2(x,y,z)=0 \end{cases} \qquad (**)$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi.

<u>*2-TAʻRIF:*</u> Agar (**) tenglamalar sistemasini faqat fazodagi L chiziqning M(x, y, z) nuqtalarning koordinatalari qanoatlantirsa, u bu chiziqning *tenglamasi* deb ataladi.

<u>*3-TAʻRIF:*</u> Fazodagi sirt va chiziqlarni ularning tenglamalari orqali oʻrganuvchi matematik fan *analitik geometriya* deb ataladi.

Fazodagi analitik geometriyada asosan ikkita masala qaraladi:

1. Berilgan sirtn yoki chiziqning tenglamasini topish va uni analitik oʻrganish.
2. Berilgan tenglamaga mos keluvchi sirtn yoki chiziqni aniqlash.

Masala: Markazi M(a,b,c) nuqtada joylashgan R radiusli sfera tenglamasini

toping.

Yechish: N(x,y,z) shu sferaga tegishli ixtiyoriy bir nuqta boʻlsin. Sfera |MN|=R shartni qanoatlantiruvchi nuqtalar to‘plamidan (geometrik o‘rnidan) iboratdir. Unda ikki nuqta orasidagi masofa (III bob,§2, (7)) formulasiga ko‘ra sferaning ushbu tenglamasini hosil etamiz:

$$|MN| = R \Rightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = R \Rightarrow$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$$

Masalan, markazi M(2,3,–1) va radiusi R=5 bo‘lgan sfera tenglamasi

$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$

tenglamaga ega bo‘ladi. Bu yerdan N(5,7,–1) nuqta shu sferaga tegishli ekanligi kelib chiqadi, chunki

$(5-2)^2 + (7-3)^2 + (1-1)^2 = 25.$

K(2,6,3) nuqta bu sferada yotmaydi, chunki uning koordinatalari sferaning tenglamasini qanoatlantirmaydi:

$(2-2)^2 + (6-3)^2 + (3-1)^2 = 13 \neq 25.$

Tenglamalari $x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 20$ va $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ bo‘lgan sferalarning kesishish chizig‘i L

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 20 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasi bilan aniqlanadi. Bu sistemadagi tenglamalarni ayirib, z=0 ekanligini topamiz. Bu yerdan L chiziq XOY koordinata tekisligida joylashgan va tenglamasi $x^2 + y^2 = 4$ bo‘lgan aylanadan iborat ekanligini ko‘ramiz.

1.2. Tekislik va uning umumiy tenglamasi. Tekislik geometriyaning boshlang‘ich tushunchalariga kiradi va shu sababli ta’rifsiz qabul etiladi.

TEOREMA: 1) Fazodagi har qanday tekislikning tenglamasi uch o‘zgaruvchili chiziqli tenglamadan iborat, ya’ni

$Ax + By + Cz + D = 0$ (1)

ko‘rinishda bo‘ladi. Bunda $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ shart bajarilishi kerak.

2) Har qanday (1) chiziqli tenglama fazoda biror tekislikni aniqlaydi.

Isbot: 1) Faraz qilaylik fazoda qandaydir P tekislik berilgan bo‘lsin. Bu tekislikka tegishli biror $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqta va P tekislikka perpendikular joylashgan biror $\boldsymbol{n}$=(A,B,C) vektor ma’lum bo‘lsin. Berilgan P tekislikda yotuvchi ixtiyoriy $M(x,y,z)$ nuqtani olib, boshi va uchi M_0 va M nuqtalarda joylashgan $\boldsymbol{a}=(x-x_0,\ y-y_0,$

$z-z_0$) vektorni qaraymiz. Bu vektor bilan ***n*** vektor o‘zaro ortogonal bo‘ladi va shu sababli ularning skalyar ko‘paytmasi nolga tengdir. Bu skalyar ko‘paytmani qaralayotgan vektorlarning koordinatalari orqali ifodalaymiz:

$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \Rightarrow Ax+By+Cz+(-Ax_0-By_0-Cz_0)=0 \Rightarrow Ax+By+Cz+D=0, \quad D=-(Ax_0+By_0+Cz_0)$.

Demak, haqiqatan ham tekislik tenglamasi (1) ko‘rinishdagi chiziqli tenglamadan iborat ekan.

2) Berilgan (1) tenglamani qanoatlantiruvchi birorta $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtani olamiz. Masalan, agar $A\neq 0$ bo‘lsa, $M_0(-D/A,0,0)$ yoki, agar $B\neq 0$ bo‘lsa, $M_0(0,-D/B,0)$ yoki, agar $C\neq 0$ bo‘lsa, $M_0(0,0,-D/C)$ deb olish mumkin.

Bu holda $Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$ tenglik o‘rinli bo‘ladi va uni (1) tenglamadan hadma-had ayirib $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ tenglikni hosil qilamiz. Bu tenglik ***n***=(A,B,C) va ***a***=($x-x_0$, $y-y_0$, $z-z_0$) vektorlarning ortogonalligini ifodalaydi. Bu shartni qanoatlantiruvchi ***a*** vektorlarning uchlarini ifodalovchi $M(x,y,z)$ nuqtalar to‘plami $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan o‘tuvchi va ***n***=(A,B,C) vektorga nisbatan perpendikulyar joylashgan tekislikdan iborat bo‘ladi. Demak, (1) tenglama haqiqatan ham tekislikni ifodalar ekan. Teorema to‘liq isbot bo‘ldi.

3-TA‘RIF: (1) tenglama tekislikning ***umumiy tenglamasi*** deb ataladi. Berilgan *P* tekislikka perpendikulyar bo‘lgan har qanday vektor bu tekislikning ***normal vektori*** yoki qisqacha ***normali*** deb ataladi.

Oldingi teoremani isbotlash jarayonidan (1) umumiy tenglamasi bilan berilgan tekislik uchun ***n***=(A,B,C) normal vektor bo‘lishi kelib chiqadi. Bu natija kelgusida juda ko‘p qo‘llaniladi.

Endi *P* tekislikning (1) umumiy tenglamasini ayrim xususiy hollarda tahlil etamiz.

1. $D=0 \Rightarrow Ax+By+Cz=0 \Rightarrow 0(0,0,0)\in P$, ya’ni *P* tekislik koordinatalar boshidan o‘tadi.

2. $A=0 \Rightarrow By+Cz+D=0 \Rightarrow$ ***n***$=(0,B,C)\perp OX \Rightarrow P \parallel OX$, ya’ni *P* tekislik OX o‘qiga parallel bo‘ladi.

3. $B=0 \Rightarrow Ax+Cz+D=0 \Rightarrow$ ***n***$=(A,0,C)\perp OY \Rightarrow P \parallel OY$.

4. $C=0 \Rightarrow Ax+By+D=0 \Rightarrow$ ***n***$=(A,B,0)\perp OZ \Rightarrow P \parallel OZ$.

5. $A=0$, $D=0 \Rightarrow By+Cz=0 \Rightarrow 0(0,0,0)\in P$, $P \parallel OX \Rightarrow OX\subset P$, ya’ni *P* tekislik OX o‘qidan o‘tadi.

6. $B=0$, $D=0 \Rightarrow Ax+Cz=0 \Rightarrow 0(0,0,0)\in P$, $P \parallel OY \Rightarrow OY\subset P$.

7. C=0, D=0$\Rightarrow$ Ax+By=0 $\Rightarrow$ 0(0,0,0) $\in P$, $P \parallel$OZ $\Rightarrow$ OZ$\subset P$.

8. A=0, B=0$\Rightarrow$ Cz+D=0$\Rightarrow$ z=–D/C $\Rightarrow$ $P \parallel$OX , $P \parallel$OY $\Rightarrow$ $P \parallel$XOY, ya’ni P tekislik XOY tekisligiga parallel bo‘ladi.

9. A=0, C=0$\Rightarrow$ By+D=0$\Rightarrow$ y=–D/B $\Rightarrow$ $P \parallel$OX , $P \parallel$OZ $\Rightarrow$ $P \parallel$XOZ.

10. B=0, C=0$\Rightarrow$Ax+D=0$\Rightarrow$ x=–D/A $\Rightarrow$ $P \parallel$OY , $P \parallel$OZ $\Rightarrow$ $P \parallel$YOZ.

11. A=0, B=0, D=0 $\Rightarrow$ Cz=0 $\Rightarrow$ z=0 $\Rightarrow$ P=XOY .

12. A=0, C=0, D=0$\Rightarrow$By=0 $\Rightarrow$ y=0 $\Rightarrow$ P=XOZ .

13. B=0, C=0, D=0$\Rightarrow$ Ax=0 $\Rightarrow$ x=0 $\Rightarrow$ P=YOZ .

1.3. Tekislikning kesmalardagi tenglamasi. Fazoda koordinatalar boshidan o‘tmaydigan hamda OX, OY va OZ koordinata o‘qlarini mos ravishda $M_1(a,0,0)$, $M_2(0,b,0)$ va $M_3(0,0,c)$ nuqtalarda kesib o‘tuvchi P tekislik tenglamasini tuzamiz. Buning uchun tekislikning umumiy Ax+By+Cz+D =0 (D≠0) tenglamasidan foydalanamiz. Bu yerdagi noma’lum A, B va C koeffitsientlarni quyidagi mulohazalardan topamiz:

$M_1(a,0,0) \in P \Rightarrow Aa + D = 0 \Rightarrow A = -D/a;$

$M_2(0,b,0) \in P \Rightarrow Bb + D = 0 \Rightarrow B = -D/b;$

$M_3(0,0,c) \in P \Rightarrow Cc + D = 0 \Rightarrow C = -D/c.$

A,B va C koeffitsientlar uchun topilgan bu ifodalarni umumiy tenglamaga qo‘yib va D≠0 ekanligini hisobga olib, ushbu natijani hosil etamiz:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \Rightarrow -\frac{D}{a}x - \frac{D}{b}y - \frac{D}{c}z + D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -D\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1\right) = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \qquad (2)$$

Demak, yuqorida berilgan ma’lumotlar asosida, tekislik tenglamasini (2) ko‘rinishda yozish mumkin. Bunda $|a|$, $|b|$ va $|c|$ qaralayotgan P tekislikni OX, OY va OZ koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalarini ifodalaydi va shu sababli quyidagi ta’rif kiritiladi.

4-TA‘RIF: (2) tenglama tekislikning ***kesmalardagi tenglamasi*** deyiladi.

Agar koordinata boshidan o‘tmaydigan tekislik (1) umumiy tenglamasi bilan berilgan bo‘lsa (A,B,C,D≠0), uning kesmalardagi tenglamasiga o‘tish quyidagicha amalga oshiriladi:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \Rightarrow -D\left(\frac{Ax}{-D} + \frac{By}{-D} + \frac{Cz}{-D} - 1\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-D/A} + \frac{y}{-D/B} + \frac{z}{-D/C} = 1 \Rightarrow a = -\frac{D}{A}, b = -\frac{D}{B}, c = -\frac{D}{C}.$$

Demak, umumiy tenglamadan kesmalardagi tenglamaga o‘tish uchun uni ozod hadining qarama-qarshisiga bo‘lish kerak.

Masala: Umumiy $3x–4y+z–5=0$ tenglamasi bilan berilgan tekislikning kesmalardagi tenglamasini toping.

Yechish: Umumiy tenglamani –D=5 soniga bo‘lib, (2) tenglamada

$$a = -\frac{D}{A} = \frac{5}{3}, \quad b = -\frac{D}{B} = -\frac{5}{4}, \quad c = -\frac{D}{C} = +\frac{5}{1} = 5$$

ekanligini topamiz. Bundan berilgan tekislikning kesmalardagi tenglamasi

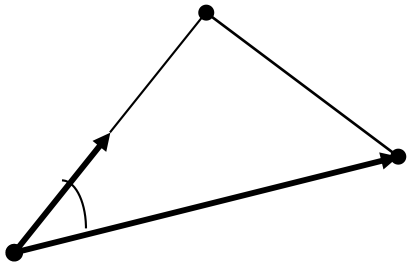
$$\frac{x}{5/3} + \frac{y}{-5/4} + \frac{z}{5} = 1$$

ekanligi kelib chiqadi.

1.4. Tekislikning normal tenglamasi. Berilgan P tekislikka O koordinata boshidan o‘tkazilgan perpendikularning asosini N deb belgilaymiz. Bu perpendikular uzunligi $|ON|=p$ (ya’ni koordinata boshidan P tekislikkacha bo‘lgan masofa) va uning OX,OY,OZ koordinata o‘qlari bilan mos ravishda hosil etgan α, β, γ burchaklar ma’lum deb olamiz. Tekislikning ON perpendikularda joylashgan va O nuqtadan N nuqtaga qarab yo‘nalgan normal birlik vektorini $\boldsymbol{n}$ deb belgilaymiz. Bunda uning koordinatalari $\boldsymbol{n}=(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ bo‘ladi. P tekislikda yotuvchi ixtiyoriy $M(x,y,z)$ nuqtani olsak, uning radius vektori $\boldsymbol{OM}=\boldsymbol{r}=(x,y,z)$ bo‘ladi. Endi $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}$ skalyar ko‘paytmani ikki usulda hisoblaymiz. Agar bu vektorlar orasidagi burchakni φ deb olsak, unda skalyar ko‘paytmaning ta’rifiga asosan (quyidagi 36-rasmga qarang)

$$\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r}=|\boldsymbol{n}|\cdot|\boldsymbol{r}|\cdot\cos\varphi=1\cdot|\boldsymbol{r}|\cdot\cos\varphi=|\boldsymbol{r}|\cdot(|ON|/|\boldsymbol{r}|)=|ON|=p$$

tenglikka ega bo‘lamiz.



3

Ikkinchi tomondan, skalyar ko‘paytmaning koordinatalardagi ifodasiga asosan,

$\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r} = x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma$

tenglikni hosil etamiz. Bu yerdan ko‘rinadiki P tekislikdagi har bir M(x,y,z) nuqtaning koordinatalari

$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = p \Rightarrow x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0$ (3)

tenglamani qanoatlantiradi va aksincha, (3) tenglamani qanoatlantiruvchi har bir M(x,y,z) nuqta P tekislikka tegishli bo‘ladi.

5-TA‘RIF: (3) tenglama tekislikning ***normal tenglamasi*** deyiladi.

Endi (1) umumiy tenglamasi bilan berilgan tekislikning normal tenglamasini topish masalasini ko‘ramiz. Buning uchun dastlab quyidagi lemmani isbotlaymiz.

LEMMA: Agar ikkita $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ va $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ tenglamalar bitta P tekislikni ifodalasa, unda ularning mos koeffitsiyentlari va ozod hadlari proporsional bo‘ladi , ya’ni

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

tengliklar o‘rinli bo‘ladi.

Isbot: Bu tenglamalardan $\boldsymbol{n}_1=(A_1,B_1,C_1)$ va $\boldsymbol{n}_2=(A_2,B_2,C_2)$ normal vektorlarni hosil etamiz. Ularning ikkalasi ham P tekislikka perpendikular va shu sababli kollinear vektorlar bo‘ladilar. Unda, vektorlarning kollinearlik shartiga asosan,

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \mu$$

tengliklar o‘rinli bo‘ladi. Bunda μ proporsionallik koeffitsiyentini ifodalaydi. Bu holda

$$A_1 = \mu A_2, \quad B_1 = \mu B_2, \quad C_1 = \mu C_2$$

bo‘lgani uchun, yuqoridagi tenglamalardan ikkinchisini μ soniga ko‘paytirib va birinchisidan hadma-had ayirib

$$D_1 - \mu D_2 = 0 \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \mu$$

ekanligini ko‘ramiz. Bu nisbatni yuqoridagi nisbatlar bilan solishtirib, lemmadagi tasdiqni to‘g‘riligiga ishonch hosil etamiz.

Bu lemmaga asosan *P* tekislikning (1) umumiy va (3) normal tenglamalaridan

$$A = \mu\cos\alpha, \quad B = \mu\cos\beta, \quad C = \mu\cos\gamma, \quad D = -\mu \cdot p$$

tengliklarga ega bo‘lamiz. Bunda yo‘naltiruvchi kosinuslar xossasidan foydalanib, μ proporsionallik koeffitsiyentini topamiz:

$$A^2 + B^2 + C^2 = \mu^2\cos^2\alpha + \mu^2\cos^2\beta + \mu^2\cos^2\gamma =$$

$$= \mu^2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma) = \mu^2 \cdot 1 = \mu^2 \Rightarrow \mu = \pm\frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Bu yerdan

$$\cos\alpha = \pm\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \qquad \cos\beta = \pm\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$\cos\gamma = \pm\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad p = \mp\frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

ekanligini topamiz. Bunda μ ***normallashtiruvchi ko‘paytuvchi*** deb ataladi va uning ishorasi p=(–D/ μ)≥0 shartdan aniqlanib, D ozod had ishorasiga qarama-qarshi qilib olinadi.

Shunday qilib tekislikning (1) umumiy tenglamasidan (3) normal tenglamasiga o‘tish uchun uni

$$M = \pm\frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

soniga ko‘paytirish kerak.

Masala: Tekislikning $2x-y+2z-5=0$ umumiy tenglamasidan normal tenglamasiga o‘ting.

Yechish: Normallashtiruvchi μ ko‘paytuvchini topamiz va berilgan umumiy tenglamani unga ko‘paytirib, normal tenglamani topamiz:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z - \frac{5}{3} = 0 .$$

Bunda ozod had D=–5<0 bo‘lgani uchun μ ishorasi musbat qilib olindi va normal tenglamada

$$\cos\alpha = \frac{2}{3}, \quad \cos\beta = -\frac{1}{3}, \quad \cos\gamma = \frac{2}{3}, \quad p = \frac{5}{3}$$

bo‘ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati.

1. Latipova, S. (2024). YUQORI SINF GEOMETRIYA MAVZUSINI O’QITISHDA YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR VA METODLAR. SINKVEYN METODI, VENN DIAGRAMMASI METODLARI HAQIDA. *Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences*, *3*(3), 165-173.

2. Latipova, S. (2024, February). SAVOL-JAVOB METODI, BURCHAKLAR METODI, DEBAT (BAHS) METODLARI YORDAMIDA GEOMETRIYANI O’RGANISH. In *Международная конференция академических наук* (Vol. 3, No. 2, pp. 25-33).

3. Latipova, S., & Sharipova, M. (2024). KESIK PIRAMIDA MAVZUSIDA FOYDALANILADIGAN YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR. 6X6X6 METODI, BBB (BILARDIM, BILMOQCHIMAN, BILIB OLDIM) METODLARI HAQIDA. *Current approaches and new research in modern sciences*, *3*(2), 40-48.

4. Latipova, S. (2024). 10-11 SINFLARDA STEREOMETRIYA OQITISHNING ILMIY VA NAZARIY ASOSLARI. *Академические исследования в современной науке*, *3*(6), 27-35.

5. Latipova, S. (2024). HILFER HOSILASI VA UNI HISOBLASH USULLARI. *Центральноазиатский журнал образования и инноваций*, *3*(2), 122-130.

6. Latipova, S. (2024). HILFER MA’NOSIDA KASR TARTIBLI TENGLAMALAR UCHUN KOSHI MASALASI. *Development and innovations in science*, *3*(2), 58-70.

7. Latipova, S. (2024). KESIK PIRAMIDA TUSHUNCHASI. KESIK PIRAMIDANING YON SIRTINI TOPISH FORMULALARI. *Models and methods in modern science*, *3*(2), 58-71.

8. Shahnoza, L. (2023, March). KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA VA BOSHLANG'ICH FUNKSIYANI ANIQLASH BO'YICHA TESKARI MASALALAR. In *" Conference on Universal Science Research 2023"* (Vol. 1, No. 3, pp. 8-10).

9. qizi Latipova, S. S. (2024). CAPUTO MA'NOSIDAGI KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA FUNKSIYANI ANIQLASH BO 'YICHA TO 'G 'RI MASALALAR. *GOLDEN BRAIN*, *2*(1), 375-382.

10. Latipova, S. S. (2023). SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF FINDING THE SOURCE FUNCTION IN FRACTIONAL ORDER EQUATIONS. *Modern Scientific Research International Scientific Journal*, *1*(10), 13-23.

11. Latipova, S. (2024). GEOMETRIYADA EKSTREMAL MASALALAR. В DEVELOPMENT OF PEDAGOGICAL TECHNOLOGIES IN MODERN SCIENCES (Т. 3, Выпуск 3, сс. 163–172).

12. Latipova, S. (2024). EKSTREMUMNING ZARURIY SHARTI. В SOLUTION OF SOCIAL PROBLEMS IN MANAGEMENT AND ECONOMY (Т. 3, Выпуск 2, сс. 79–90).

13. Latipova, S. (2024). FUNKSIYANING KESMADAGI ENG KATTA VA ENG KICHIK QIYMATI. В CURRENT APPROACHES AND NEW RESEARCH IN MODERN SCIENCES (Т. 3, Выпуск 2, сс. 120–129).

14. Latipova, S. (2024). EKSTREMUMLARNING YUQORI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA TEKSHIRILISHI. IKKINCHI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA EKSTREMUMGA TEKSHIRISH. В SCIENCE AND INNOVATION IN THE EDUCATION SYSTEM (Т. 3, Выпуск 3, сс. 122–133).

15. Latipova, S. (2024). BIR NECHA O'ZGARUVCHILI FUNKSIYANING EKSTREMUMLARI. В THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 3, Выпуск 4, сс. 14–24).

16. Latipova, S. (2024). SHARTLI EKSTREMUM. В МЕЖДУРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ АКАДЕМИЧЕСКИХ НАУК (Т. 3, Выпуск 2, сс. 61–70).

17. Latipova, S. (2024). KASR TARTIBLI HOSILALARGA BO'LGAN ILK QARASHLAR. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 46–51).

18. Latipova, S. (2024). TURLI EKSTREMAL MASALALAR. BAZI QADIMIY EKSTREMAL MASALALAR. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 52–57).

19. Latipova, S. (2024). FUNKSIYA GRAFIGINI YASASHDA EKSTREMUMNING QO'LLANILISHI. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 58–65).

20. Latipova, S. (2024). BIRINCHI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA FUNKSIYANING EKSTREMUMGA TEKSHIRISH, FUNKSIYANING EKSTREMUMLARI. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 66–72).

21. Sharipova, M., & Latipova, S. (2024). TAKRORIY GRUPPALASHLAR. *Development of pedagogical technologies in modern sciences*, *3*(3), 134-142.

22. Shahnoza Latipova. (2024). THE STRAIGHT LINE AND ITS DIFFERENT DEFINITIONS. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 771–780.

23. Sharipova, M., & Latipova, S. (2024). IKKI O’ZGARUVCHILI TENGLAMALAR SISTEMASI. *Центральноазиатский журнал образования и инноваций*, *3*(2 Part 2), 93-103.

24. Latipova, S. (2024). THE STRAIGHT LINE AND ITS DIFFERENT DEFINITIONS. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, *4*(3), 771-780.

25. Latipova, S. (2024). KO ‘PO ‘ZGARUVCHILI FUNKSIYALARNING TURLI TA’RIFLARI. *PEDAGOG*, *7*(5), 618-626.

26. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). GEYZENBERG NOANIQLIK PRINTSIPINING UMUMIY TUZILISHI . TADQIQOTLAR.UZ, 34(3), 3–12.

27. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). THERMODYNAMICS OF LIVING SYSTEMS. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 303–308.

28. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). QUYOSH ENERGIYASIDAN FOYDALANISH . TADQIQOTLAR.UZ, 34(2), 213–220.

29. Xamroyevna, M. B. (2024). Klassik fizika rivojlanishida kvant fizikasining orni. Ta'limning zamonaviy transformatsiyasi, 6(1), 9-19.

30. Xamroyevna, M. B. (2024). ELEKTRON MIKROSKOPIYA USULLARINI TIBBIYOTDA AHAMIYATI. *PEDAGOG*, *7*(4), 273-280.
31. Boboqulova, M. X. (2024). FIZIKANING ISTIQBOLLI TADQIQOTLARI. *PEDAGOG*, *7*(5), 277-283.
32. Xamroyevna, M. B. (2024). RADIATSION NURLARNING INSON ORGANIZMIGA TASIRI. *PEDAGOG*, *7*(6), 114-125.
33. Jalolov, T. S. (2024). DJANGO В ВЕБ-ПРОГРАММИРОВАНИИ. *MASTERS*, *2*(5), 136-142.
34. Jalolov, T. S. (2024). YUQORI HAJMLI MA'LUMOTLARNI QAYTA ISHLASHDA PYTHON KUTUBXONALARI. *MASTERS*, *2*(5), 121-128.
35. Jalolov, T. S. (2024). PYTHON-DA API-LARDAN FOYDALANISH: KENG QAMROVLI QO'LLANMA. *MASTERS*, *2*(5), 113-120.
36. Jalolov, T. S. (2024). DJANGONING VEB-DASTURLASHDAGI ROLI. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(5), 576-582.
37. Jalolov, T. S. (2024). LEVERAGING APIS IN PYTHON: A COMPREHENSIVE GUIDE. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(5), 544-552.
38. Jalolov, T. S. (2024). МАТЕМАТИЧЕСКОМ СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ В PYTHON. *MASTERS*, *2*(5), 151-158.
39. Jalolov, T. S. (2024). ИСПОЛЬЗОВАНИЕ API В PYTHON: ПОДРОБНОЕ РУКОВОДСТВО. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(5), 553-560.
40. Jalolov, T. S. (2024). PYTHON LIBRARIES IN HIGH VOLUME DATA PROCESSING. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(5), 561-567.
41. Jalolov, T. S. (2024). DJANGO'S ROLE IN WEB PROGRAMMING. *MASTERS*, *2*(5), 129-135.
42. Jalolov, T. S. (2024). PYTHONDA MATEMATIK STATISTIK TAHLIL HAQIDA. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(5), 583-590.
43. Jalolov, T. S. (2024). БИБЛИОТЕКИ PYTHON ДЛЯ ОБРАБОТКИ БОЛЬШИХ ОБЪЕМОВ ДАННЫХ. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(5), 568-575.
44. Jalolov, T. S. (2024). MATHEMATICAL STATISTICAL ANALYSIS IN PYTHON. *MASTERS*, *2*(5), 143-150.
45. Jalolov, T. S. (2024). ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ SPSS В АНАЛИЗЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(8), 20-26.

46. Jalolov, T. S. (2024). THE IMPORTANCE OF INFORMATION COMMUNICATION IN HIGHER EDUCATION. *WORLD OF SCIENCE*, *7*(8), 14-19.

47. Jalolov, T. S. (2024). USE OF SPSS SOFTWARE IN PSYCHOLOGICAL DATA ANALYSIS. *PSIXOLOGIYA VA SOTSIOLOGIYA ILMIY JURNALI*, *2*(7), 1-6.

48. Jalolov, T. S. (2024). OLIY TA'LIMDA AXBOROT MUMKINASINING AHAMIYATI. *PSIXOLOGIYA VA SOTSIOLOGIYA ILMIY JURNALI*, *2*(7), 21-26.

49. Jalolov, T. S. (2024). SPSS S DASTURIDAN PSIXOLOGIK MA'LUMOTLARNI TAHLILIDA FOYDALANISH. *MASTERS*, *2*(8), 8-14.

50. Jalolov, T. S. (2024). ЗНАЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ КОММУНИКАЦИИ В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ. *MASTERS*, *2*(8), 1-7.

51. Sadriddinovich, J. T. (2023). IDENTIFYING THE POSITIVE EFFECTS OF PSYCHOLOGICAL AND SOCIAL WORK FACTORS BETWEEN INDIVIDUALS AND DEPARTMENTS THROUGH SPSS SOFTWARE. In *INTERNATIONAL SCIENTIFIC RESEARCH CONFERENCE* (Vol. 2, No. 18, pp. 150-153).

52. Jalolov, T. S. (2023). SPSS YOKI IJTIMOIY FANLAR UCHUN STATISTIK PAKET BILAN PSIXOLOGIK MA'LUMOTLARNI QAYTA ISHLASH. *Journal of Universal Science Research*, *1*(12), 207-215.

53. Jalolov, T. S. (2023). PSIXOLOGIYA YO 'NALISHIDA TAHSIL OLAYOTGAN TALABALARGA SPSS YORDAMIDA MATEMATIK USULLARNI O 'RGATISHNING METODIK USULLARI. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(10), 323-326.

54. Jalolov, T. S. (2023). ADVANTAGES OF DJANGO FEMWORKER. *International Multidisciplinary Journal for Research & Development*, *10*(12).

55. Jalolov, T. S. (2023). PEDAGOGICAL-PSYCHOLOGICAL FOUNDATIONS OF DATA PROCESSING USING THE SPSS PROGRAM. *INNOVATIVE DEVELOPMENTS AND RESEARCH IN EDUCATION*, *2*(23), 220-223.

56. Jalolov, T. S. (2023). Programming languages, their types and basics. *Technical science research in Uzbekistan*, *1*(5), 145-152.

57. Jalolov, T. S. (2023). THE MECHANISMS OF USING MATHEMATICAL STATISTICAL ANALYSIS METHODS IN PSYCHOLOGY. *TECHNICAL SCIENCE RESEARCH IN UZBEKISTAN*, *1*(5), 138-144.

58. Jalolov, T. S. (2023). TEACHING THE BASICS OF PYTHON PROGRAMMING. *International Multidisciplinary Journal for Research & Development*, *10*(11).

59. Jalolov, T. S. (2023). Solving Complex Problems in Python. *American Journal of Language, Literacy and Learning in STEM Education (2993-2769)*, *1*(9), 481-484.

60. Jalolov, T. S. (2023). PYTHON TILINING AFZALLIKLARI VA KAMCHILIKLARI. *TECHNICAL SCIENCE RESEARCH IN UZBEKISTAN*, *1*(5), 153-159.