

### MATEMATIK ANALIZ DARSLARIDA HOSILANING MEXANIK VA GEOMETRIK MA'NOLARI: INNOVATSION LOYIHALAR VA JARAYONLARNI OPTIMALLASHTIRISHDAGI AMALIY AHAMIYATI.

**Ibragimova Nigina Jo'rabek qizi**

Termiz davlat universiteti

Fizika-Matematika fakulteti

Matematika ta'lim yo'nalishi talabasi.

[Ibragimovanigina50@gmail.com](mailto:Ibragimovanigina50@gmail.com)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada matematik analizning fundamental tushunchalaridan biri bo'lgan hosilaning mexanik va geometrik ma'nolari hamda ularning zamonaviy texnik-innovatsion jarayonlardagi amaliy o'rni tadqiq etilgan. Ishda transport tizimlari va energiyani tejovchi innovatsion loyihalar (xususan, "aqlli yo'l" yoritish tizimlari) misolida jarayonlarni minimal resurs sarflab, maksimal samaradorlikka olib chiqish, ya'ni optimallashtirish masalalari hosila yordamida matematik modellashirilgan. Maqola yakunida talabalarda funksiya va hosila tushunchalari orqali hayotiy hamda amaliy muammo va vazifalarga individual hamda mantiqiy yondashish ko'nikmalarini shakllantirish bo'yicha metodik tavsiyalar keltirilgan.

**Abstract:** This article examines the mechanical and geometric significance of the derivative, which is one of the fundamental concepts of mathematical analysis, and its practical role in modern technical and innovative processes. In the paper, optimization problems to achieve maximum efficiency with minimal resource expenditure are mathematically modeled using derivatives, through examples of transport systems and energy-saving innovative projects (specifically, "smart road" lighting systems). At the end of the article, methodical recommendations are provided for developing students' skills in applying an individual and logical approach to real-world and practical problems using the concepts of function and derivative.

**Аннотация:** В данной статье исследуются механическое и геометрическое значения производной, являющейся одним из фундаментальных понятий математического анализа, а также ее практическая роль в современных технико-инновационных процессах. В работе на примерах транспортных систем и энергосберегающих инновационных проектов (в частности, систем освещения «умная дорога») с помощью производной математически смоделированы задачи оптимизации — достижения максимальной эффективности при минимальных затратах ресурсов. В заключении статьи приведены методические рекомендации по

формированию у студентов навыков индивидуального и логического подхода к жизненным и практическим задачам через концепции функции и производной.

**Kalit so'zlar:** Funksiya, hosila, mexanik ma'no, geometrik talqin, urinma, oniy tezlik, matematik analiz, optimallashtirish, innovatsion loyihalar, aqlli tizimlar.

**Keywords:** Function, derivative, mechanical significance, geometric interpretation, tangent, instantaneous velocity, mathematical analysis, optimization, innovative projects, smart systems.

**Ключевые слова:** Функция, производная, механический смысл, геометрическая интерпретация, касательная, мгновенная скорость, математический анализ, оптимизация, инновационные проекты, умные системы.

### **Kirish:**

Matematik analiz usullari yordamida real jarayonlarni modellashtirish va ularni optimallashtirish kabi amaliy yondashuvlar nafaqat mamlakatimizning texnologik poydevorini, balki zamonaviy iqtisodiy va ishlab chiqarish tizimlarining rivojlanishini ham belgilab beradi. Zero, Muhtaram Prezidentimiz Shavkat Mirziyoyev o'zlarining "Yangi O'zbekiston strategiyasi" asarlarida ta'kidlaganlaridek: "Biz mamlakatimizda ilm-fan sohasini rivojlantirish, yoshlarni zamonaviy bilim va ko'nikmalar bilan qurollantirishni Yangi O'zbekistonni barpo etishning eng muhim sharti deb bilamiz." Matematik analiz kursining fundamental tushunchalaridan biri bo'lgan hosila tushunchasi zamonaviy texnika, muhandislik va iqtisodiyotning ko'plab amaliy masalalarini yechishda asosiy apparat bo'lib xizmat qiladi. Difrensial hisob nazariyasi nafaqat nazariy jihatdan, balki mexanika, fizika va innovatsion texnologiyalar sohalaridagi murakkab optimallashtirish masalalarini amalga oshirishda cheksiz imkoniyatlar yaratadi. Xususan, hosilaning geometrik ma'nosi urinmaning burchak koeffitsiyentiga, mexanik ma'nosi esa bevosita oniy tezlikni hisoblash qonuniyatlariga bog'liqdir. Qadimda harakat dinamikasi va egri chiziqli jarayonlarni o'rganish muayyan qoliplar bilan chegaralangan bo'lsa, hosila tushunchasining kashf etilishi o'zgaruvchan jarayonlarning oniy holatlarini yuqori aniqlikda topish imkonini berdi. Bu jarayonda asosiy o'rinni funksiya orttirmasi va argument orttirmasi nisbatining limiti tushunchasi hamda uning amaliy texnik loyihalardagi o'rni egallaydi.

Ushbu maqolaning maqsadi, dars jarayonlarida hosilaning mexanik va geometrik ma'nolarini tushuntirish usullarini tizimlashtirish, energiyani tejovchi zamonaviy innovatsion loyihalar (xususan, transport oqimiga moslashuvchi "aqlli yo'l" yoritish tizimlari) misolida jarayonlarni optimallashtirish algoritmlarini tahlil qilish va ularning amaliy tatbiqlarini ko'rsatishdan iborat. Tadqiqot davomida minimal resurs sarflab, maksimal samaradorlikka erishishning matematik modellari, funksiyaning ekstremum

nuqtalarini topish orqali texnik tizimlarni boshqarishning o'ziga xos xususiyatlari batafsil yoritiladi. Bu esa talabalarga va yosh tadqiqotchilarga hosilaning amaliy mohiyatini chuqurroq anglashga yordam beradi. Hosila tushunchasining shakllanishi fanda nafaqat sof matematik amallar ko'lamini kengaytirdi, balki muhandislik va texnik tizimlarni optimallashtirishda yangi davrni boshlab berdi. Ishlab chiqarish unumdorligini oshirish, transport harakatini tartibga solish va energiya sarfini kamaytirish masalalari difrensial hisobning eng dolzarb amaliy tatbiqlaridan biri bo'lib, bugungi kunda ham o'zining ahamiyatini yo'qotgani yo'q. Buning asosiy sababi, zamonaviy texnologiyalar, aqlli boshqaruv tizimlari hamda qurilish mexanikasi kabi sohalarida jarayonlarni eng samarali (optimal) nuqtaga olib kelishga bo'lgan ehtiyojning ortib borayotganidir. Matematik nuqtai nazardan qaraganda, jarayonni optimallashtirish funktsiya hosilasini nolga tenglashtirish orqali uning eng foydali qiymatlarini topish g'oyasiga asoslanadi. Bundan tashqari, innovatsion loyihalarda hosilaning tatbiq etilishi talabalarda mantiqiy hamda muhandislik fikrlash tarzini yuksaltirishda alohida ahamiyat kasb etadi.

**Hosilaning ta'rifi<sup>1</sup>:** Agar

$$\lim_{\Delta x} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

chekli limit mavjud bo'lsa, bu limit  $y = f(x)$  funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi hosilasi deb ataladi va  $y'(x_0)$ ,  $f'(x_0)$  belgilarning istalgan biri bilan belgilanadi:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

**Funktsiya hosilasining geometrik va mexanik ma'nolari:**

$f(x)$  funksiya  $(a, b)$  oraliqda aniqlangan va uzluksiz bo'lib,  $x_0 \in (a, b)$  nuqtada  $f'(x)$  hosilaga ega bo'lsin. U holda  $f(x)$  funksiya grafigiga  $M_0(x_0; f(x_0))$  nuqtada o'tkazilgan urinma mavjud. Funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi hosilasi  $f'(x)$  esa bu urinmaning burchak koeffitsientini ifodalaydi.

Urinma tenglamasi:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

ko'rnishda bo'ladi.

Hosilaning geometrik ta'rifiga yana bir bor to'xtaladigan bo'lsak:

**Hosilaning geometrik ma'nosi<sup>2</sup>:**

<sup>1</sup> M.Xushvaqto'v. "Matematik Analiz" Toshkent 2008.

<sup>2</sup> R.M.Turgunbayev. "Matematik Analiz" 1-qism Toshkent 2019.

Agar  $f(x)$  funksiya grafigining  $M_0(x_0; f(x_0))$  nuqtasida urinma o'tkazish mumkin bo'lsa, u holda urinmaning burchak koeffitsienti

$$k = \lim_{\Delta x} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

ekanligi ma'lum. Bundan hosilaning geometrik ma'nasi kelib chiqadi.

$y = f(x)$  funksiya grafigiga absissasi  $x = x_0$  bo'lgan nuqtasida o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsienti hosilaning shu nuqtadagi qiymatiga teng

$$k = f'(x_0)$$

### Hosilaning fizik ma'nosi:

Hosila tushunchasiga olib keladigan ikkinchi masalada harakat qonuni  $s = s(t)$  funksiya bilan tavsiflanadigan to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan moddiy nuqtaning  $t$  vaqt momentidagi oniy tezligi

$$v_{oniy} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ekanligi ma'lim.

Bundan hosilaning fizik ma'nosi kelib chiqadi.

$s = s(t)$  funksiya bilan tavsiflanadigan to'g'ri chiziqli harakatda  $t$  vaqt momentidagi harakat tezligining son qiymati hosilaga teng:  $v_{oniy} = s'(t)$

Hosilaning mexanik ma'nosini qisqacha quydagicha ham aytish mumkin: yo'ldan vaqt bo'yicha olingan hosila tezlikka teng.

Hosila tushunchasi nafaqat to'g'ri chiziqli harakatning oniy tezligini, balki boshqa jarayonlarning ham oniy tezligini aniqlashga imkon beradi. Masalan, aytaylik  $y = Q(T)$  jismni  $T$  temperaturaga qadar qizdirish uchun uzatilayotgan issiqlik miqdorining o'zgarishini tavsiflovchi funksiya bo'lsin. U holda jismning issiqlik sig'imi issiqlik miqdoridan temperatura bo'yicha olingan hosilaga teng bo'ladi:

$$C = \frac{dQ}{dT} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Umuman olganda, hosilani  $f(x)$  funksiya bilan tavsiflanadigan jarayon oniy tezligining **matematik modeli** deb aytish mumkin.

### Geometrik va Mexanik Ma'nolarning Pedagogik va Amaliy Ahamiyati:

Oliy ta'lim muassasalarida ushbu ikki ma'noni integratsiyalashgan holda o'qitish talabalarida quyidagi fundamental ko'nikmalarni shakllantiradi:

**Abstraktlikdan aniqlikka o'tish:** Talabalar hosila tushunchasini shunchaki mavhum formulalar yig'indisi emas, balki real tezlik va fazoviy joylashuv o'lchovi sifatida tasavvur qila boshlaydilar.

**Muhandislik tafakkuri:** Mashinasozlik, qurilish mexanikasi va dinamik tizimlarni loyihalashda harakat qonuniyatlarini oldindan hisoblash ko'nikmasi rivojlanadi.

**Optimallashtirish poydevori:** Geometrik ma'nodagi gorizontalar ( $f(x) = 0$ ) va mexanikadagi tezlikning o'zgarish nuqtalari talabalarni amaliy loyihalarda eng samarali iqtisodiy va texnik yechimlarni topishga tayyorlaydi.

**Innovatsion loyihalar va jarayonlarni optimallashtirishdagi amaliy ahamiyati:**

**Energiya tejankor texnologiyalar:** Zamonaviy dunyoda energiya resurslaridan oqilona foydalanish eng muhim vazifalardan biri hisoblanadi. Energiya ishlab chiqarish, uzatish va iste'mol qilish jarayonlarida samaradorlikni oshirish uchun matematik modellash usullaridan keng foydalaniladi. Hosila yordamida energiya sarfining o'zgarish tezligi, maksimal samaradorlik nuqtalari va eng maqbul ish rejimlari aniqlanadi. Natijada elektr energiyasi yo'qotishlari kamayadi, iqtisodiy xarajatlar qisqaradi va ekologik muammolarni bartaraf etishga hissa qo'shiladi.

**Aqlli yo'l yoritish tizimlari:** So'nggi yillarda ko'plab davlatlarda energiyani tejash maqsadida aqlli yoritish tizimlari joriy etilmoqda. Bunday tizimlarda yo'ldagi transport oqimi, piyodalar harakati va tabiiy yorug'lik darajasi maxsus sensorlar orqali nazorat qilinadi. Olingan ma'lumotlar matematik modellar asosida qayta ishlanib, yoritish darajasi avtomatik ravishda boshqariladi. Hosila yordamida tizimning optimal ishlash nuqtalari aniqlanib, ortiqcha energiya sarfi oldi olinadi. Bu esa elektr energiyasini tejash bilan birga, atrof-muhitni muhofaza qilish va shahar infratuzilmasining samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

**Transport tizimlarini optimallashtirish:** Katta shaharlarda transport oqimini samarali boshqarish muhim masalalardan biridir. Hosila va differensial hisob usullari transport vositalarining tezligi, oqim zichligi hamda harakat intensivligini tahlil qilish imkonini beradi. Ushbu ma'lumotlar asosida svetoforlarning ishlash rejimi optimallashtiriladi, tirbandliklar kamaytiriladi va yo'lovchilar uchun qulay transport muhiti yaratiladi. Natijada vaqt tejaladi, yonilg'i sarfi kamayadi va transport tizimining umumiy samaradorligi ortadi.

**Sun'iy intellekt va raqamli texnologiyalar:** Hozirgi davrda sun'iy intellekt texnologiyalari iqtisodiyotning deyarli barcha sohalariga kirib bormoqda. Mashinali o'qitish algoritmlarida eng maqbul yechimlarni topish jarayoni optimallashtirish masalalariga asoslanadi. Bunda hosila va gradient usullari muhim matematik vosita hisoblanadi. Sun'iy intellekt tizimlari ma'lumotlarni tahlil qilish, prognozlash, tasniflash va qaror qabul qilish jarayonlarida hosila tushunchasidan keng foydalanadi. Shu sababli matematik analiz bugungi raqamli iqtisodiyotning nazariy poydevorlaridan biri hisoblanadi.

**Ishlab chiqarish va muhandislik sohalarida qo'llanilishi:** Muhandislik amaliyotida turli texnik tizimlarning eng samarali parametrlarini aniqlash muhim ahamiyatga ega. Korxonalarda mahsulot tannarxini kamaytirish, ishlab chiqarish hajmini oshirish va resurslardan samarali foydalanish optimallashtirish masalalari orqali hal etiladi. Hosila yordamida funksiyaning maksimum va minimum qiymatlari topilib, ishlab chiqarishning eng qulay rejimlari aniqlanadi. Bu esa korxonalarning raqobatbardoshligini oshirishga yordam beradi.

**Ekologik barqarorlik va atrof-muhit muhofazasi:** Bugungi kunda ekologik muammolar global ahamiyat kasb etmoqda. Atmosferaga chiqarilayotgan zararli moddalarni kamaytirish, energiya resurslarini tejash va tabiiy boyliklardan oqilona foydalanishda matematik modellashtirish usullarining o'rni katta. Hosila yordamida turli ekologik jarayonlarning o'zgarish sur'atlari tahlil qilinadi va eng maqbul ekologik yechimlar ishlab chiqiladi. Bu esa barqaror rivojlanish tamoyillarini amalga oshirishga xizmat qiladi.

**Yangi O'zbekiston taraqqiyotida matematik analizning o'rni:** Mamlakatimizda amalga oshirilayotgan keng ko'lamli islohotlarda ilm-fan, innovatsiyalar va raqamli texnologiyalarni rivojlantirish ustuvor vazifalardan biri sifatida belgilangan. Zamonaviy muhandislik, iqtisodiyot, axborot texnologiyalari va energetika sohalarida yuqori malakali mutaxassislarni tayyorlashda matematik analiz fanining ahamiyati beqiyosdir. Hosila tushunchasining nazariy va amaliy jihatlarini chuqur o'rganish talabalarda ilmiy tafakkur, tahliliy fikrlash va innovatsion yondashuv ko'nikmalarini shakllantiradi.

**Hosila tushunchasini o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarning o'rni:** Matematik analiz kursida hosila tushunchasini samarali o'qitish zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanishni talab etadi. An'anaviy ta'lim usullari bilan bir qatorda interaktiv metodlar, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va loyihaviy ta'lim elementlaridan foydalanish talabalarning mavzuni chuqurroq o'zlashtirishiga xizmat qiladi.

Hosilaning geometrik va mexanik ma'nolarini tushuntirishda GeoGebra, Desmos kabi matematik dasturlardan foydalanish katta ahamiyatga ega. Ushbu dasturlar yordamida funksiya grafigiga urinma o'tkazish, hosilaning qiymati o'zgarishini kuzatish hamda harakat tezligining vaqt bo'yicha o'zgarishini modellashtirish mumkin. Natijada talabalar mavhum matematik tushunchalarni vizual ravishda idrok etish imkoniyatiga ega bo'ladilar.

Loyihaviy ta'lim texnologiyasi ham hosila mavzusini o'qitishda samarali vosita hisoblanadi. Talabalarga aqlli yo'l yoritish tizimlari, energiya tejamkor texnologiyalar, transport oqimini boshqarish yoki ishlab chiqarish jarayonlarini optimallashtirish kabi

amaliy masalalar berilishi hosilaning real hayotdagi qo'llanilish sohalarini anglashga yordam beradi. Bu esa nazariy bilimlarning amaliyot bilan uzviy bog'lanishini ta'minlaydi.

Shuningdek, hosila tushunchasini fizika, informatika, iqtisodiyot va muhandislik fanlari bilan integratsiyalashgan holda o'qitish talabalarda fanlararo fikrlash ko'nikmalarini rivojlantiradi. Bunday yondashuv kelajak mutaxassislarning ilmiy salohiyatini oshirish, zamonaviy texnologiyalarni yaratish va innovatsion loyihalarni amalga oshirishda muhim omil bo'lib xizmat qiladi.

### **XULOSA.**

Matematik analiz fanining muhim tushunchalaridan biri bo'lgan hosila matematika, fizika, texnika va muhandislik fanlarining nazariy hamda amaliy masalalarini yechishda muhim o'rin tutadi. Ushbu maqolada hosilaning ta'rifi, geometrik va mexanik ma'nolari hamda ularning amaliy qo'llanilish jihatlari tahlil qilindi. O'rganishlar shuni ko'rsatdiki, hosila yordamida turli jarayonlarning o'zgarish tezligini aniqlash, funksiyalarning xossalarni tadqiq etish va optimal yechimlarni topish mumkin. Tadqiqot davomida hosilaning innovatsion loyihalar va jarayonlarni optimallashtirishdagi amaliy ahamiyati yoritildi. Xususan, aqlli yo'l yoritish tizimlari, energiya tejamkor texnologiyalar, transport tizimlarini boshqarish, sun'iy intellekt va raqamli texnologiyalarni rivojlantirishda hosila tushunchasi muhim matematik vosita sifatida xizmat qilishi asoslab berildi. Bunday yondashuvlar resurslardan samarali foydalanish, iqtisodiy samaradorlikni oshirish hamda ekologik barqarorlikni ta'minlashga yordam beradi.

Shuningdek, hosila tushunchasini zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida o'qitish talabalarning mantiqiy va tahliliy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishga xizmat qiladi. Nazariy bilimlarni amaliy masalalar bilan bog'lash esa bo'lajak mutaxassislarning kasbiy tayyorgarligini mustahkamlaydi va ularning innovatsion faoliyatga bo'lgan qiziqishini oshiradi.

Bugungi kunda Yangi O'zbekiston taraqqiyot strategiyasida ilm-fan, ta'lim va innovatsiyalarni rivojlantirishga alohida e'tibor qaratilmoqda. Prezidentimiz Shavkat Mirziyoyev ta'kidlaganidek, mamlakat taraqqiyoti zamonaviy bilim va texnologiyalarni puxta egallagan, keng dunyoqarashga ega bo'lgan yosh kadrlarni tarbiyalash bilan chambarchas bog'liqdir. Shu nuqtai nazardan, matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan hosilani chuqur o'rganish va uning amaliy imkoniyatlaridan samarali foydalanish zamonaviy ta'limning muhim vazifalaridan biri hisoblanadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Mirziyoyev Sh.M. Yangi O'zbekiston taraqqiyot strategiyasi. – Toshkent: O'zbekiston, 2022.
2. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo'limizni qat'iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko'taramiz. – Toshkent: O'zbekiston, 2017.
3. "M. Xushvaqto'v Matematik analiz.- Toshkent 2008."
4. "A.Sadullayev, X. Mansurov, G. Xudoyberganov, A. Vorisov, R. Gulomov. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to'plami Toshkent 1993."
5. "Turgunbayev.R.M. Matematik analiz 1-qism.-Toshkent 2019."
6. "T.Azlarov, H.Mansurov Matematik Analiz 2-qism Toshkent."
7. "A.Sadullayev, H.Mansurov, G.Xudoyberganov, A.Vorisov, R.G'ulomov, B.Abdullayev Matematik Analiz kursidan misol va masalalar to'plami Toshkent 2025."