ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6

3D FRAKTAL INTERPOLYATSIYA YORDAMIDA SIRTLARNI MODELLASHTIRISH

Anarova Shahzoda Amanbayevna, t.f.d., professor, Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti

Ismailova Saodat Nazarboy qizi, tayanch doktarant, Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti

ABSTRACT. Ushbu maqolada uch o‘lchovli (3D) fraktal interpolyatsiya tushunchasi va undan 3D sirtlarni modellashtirishda foydalanish imkoniyatlari muhokama qilinadi. Shuni ta’kidlash kerakki, ushbu maqola fraktal interpolyatsiyani model sifatida emas, balki faqat raqamli vosita sifatida ko‘rib chiqadi. Tadqiqotning maqsadi berilgan 3D sirt uchun modellarni olish va ularni ma’lum darajada unga o‘xshatish metodologiyasini yaratishdir. Modellar to‘plamini esa 3D grafik tasvir, muayyan texnologik jarayonni simulyatsiya qilish, yopishtirilgan yuzalar uchun sifatni baholash kerak bo‘lganda tekshirish mumkin. Muayyan 3D sirtni o‘lchash va modellar to‘plamini yaratish o‘lchovlarni ko‘p marotaba bajarishdan ko‘ra ancha tejamkor.

KALIT SO‘ZLAR: Fraktal interpolyatsiya, uch o‘lchovli sirt (3D), model, Banachning o‘zgarmas nuqta teoremasi, Rakotchning qo‘zg‘almas nuqta teoremasi, takrorlangan funksiya tizimlari (RIFS), paraboloid.

KIRISH. Fraktal interpolyatsiya sirtlari (FIS) odatda takrorlangan funksiya tizimlari (RIFS) yordamida uzluksiz funktsiyalar grafiklari sifatida tuziladi. Fraktal (notekis, dag‘al, tartibsiz) sirtlarni simulyatsiya qilish uchun fraktal interpolyatsiyadan (FI) vosita sifatida foydalanish imkoniyatini ko‘rsatdi. Ushbu maqolada to‘g‘ridan-to‘g‘ri 3D sirtini simulyatsiya qilish uchun FIga asoslangan texnikani taqdim etilgan. Va bu qadam modelning butunlay yangi sifatiga olib keladi. Shuni ta’kidlash kerakki, FI boshqa interpolyatsiya sxemalariga nisbatan interpolyatsiya nuqtalari orasidagi ma’lumotlarni o‘rtacha hisoblamaslik uchun muhim sifatga ega.

Fraktal interpolyatsiya egri chizig’i [1-3] va fraktal interpolyatsiya yuzasi [4-10] ko‘plab tabiiy ob’ektlarni modellashtirish uchun kuchli vosita hisoblanadi va matematikada va amaliy fanlarning boshqa sohalarida keng qo‘llaniladi.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6

Fraktal egri chiziqlar va sirtlarni (notekis egri chiziqlar va sirtlarni) qanday qurish va ularning murakkabligini tahlil qilish fraktallarning eng muhim mavzularidan biriga aylangan [5].

Fraktal interpolyatsiya funksiyasining grafigi ba’zi iteratsiya qilingan funksiyalar tizimining attraktoridir [1].

Takrorlangan funksiya tizimlari tushunchasi mashhur Banach qisqarish printsipining tabiiy umumlashtirilishi sifatida kiritilgan [2].

Takrorlangan funksiya tizimlari yangi fraktal interpolyatsiya funksiyalarini qurish va tahlil qilish vositasiga aylangan.

Xususan, takrorlangan funksiya attraktorlarining ulanishi tizimlari fraktal interpolyatsiya egri chiziqlari va fraktal interpolyatsiya sirtlarini qurishda juda muhimdir

Darhaqiqat, bitta o‘zgaruvchan uzluksiz fraktal interpolyatsiya funksiyalarining mavjudligi bilan ikki o‘zgaruvchan uzluksiz fraktal interpolyatsiya funksiyalarining mavjudligi o‘rtasida muhim farq bor [11]. Chiziqli bir o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalarining grafiklari doimo uzluksiz egri chiziqlardir, lekin chiziqli ikki o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalarining grafiklari har doim ham uzluksiz sirtlar emas [1,4].

Fraktal interpolyatsiya yuzalarini qurishning asosiy qiyinligi ikki o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalarining uzluksizlik shartlarini berishdir [6].

Uzluksiz ikki o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalarini olish uchun ba’zi uzluksizlik shartlaridan foydalanish mumkin.

Feng [7] to‘rtburchaklar domenidagi fraktal interpolyatsiya yuzasi uchun uzluksizlik shartini taklif qildi, ammo bu talablar juda qattiq va ularni tekshirish qiyin qarang [9]. Sirtning uzluksizligini ta’minlash uchun Dalla [8] chegaradagi interpolyatsiya nuqtalari kollinear deb faraz qildi. Feng va boshqalar [9] maxsus funksiyani vertikal masshtablash omillaridan foydalangan.

Odatiy yondashuvlarda chiziqli bir o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalari va chiziqli ikki o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalarining mavjudligi Banachning qo‘zg’almas nuqta teoremasidan kelib chiqadi [1,2,4,10]).

Yangi takrorlangan funksiya tizimlari va fraktal interpolyatsiya funksiyalarini qurish uchun qo‘zg’almas nuqta nazariyasida olingan ma’lum bo‘lgan nuqta natijalaridan foydalanish mumkin [3,11,14,15,18].

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6

[11] da nochiziqli ikki o‘lchovli fraktal interpolyatsiya funksiyalarini yaratish usuli Banachning o‘zgarmas nuqta teoremasi o‘rniga Rakotchning qo‘zg‘almas nuqta teoremasi [12] yordamida va chiziqli bo‘lmagan ikki o‘lchovli fraktal interpolyatsiya funksiyalarining uzluksizligini ta’minlash uchun ko‘rsatilgan chegaradagi barcha interpolyatsiya nuqtalari chegaradagi interpolyatsiya nuqtalarining kollinearligi o‘rniga ishlatiladi, lekin fraktal interpolyatsiya yuzalariga misollar keltirmaydi. [11] natijalari bizni ikki o‘zgaruvchan fraktal interpolyatsiya funksiyalari mavjudligi uchun mumkin bo‘lgan qisqarishlarni (Banach qisqarishlari va Rakotch qisqarishlari shart emas) topishga va fraktal interpolyatsiya yuzalarini yaratish uchun ba’zi uzluksizlik shartlarini berdi.

Aslida, fraktal interpolyatsiya yuzalarini olishning odatiy usullari chiziqli fraktal interpolyatsiya yuzalarida samarali bo‘ladi [8,9], biroq ular chiziqli bo‘lmagan fraktal interpolyatsiya yuzalarida qo‘llanilmasligi mumkin [11].

ASOSIY QISM

Fraktal interpolyatsiya g‘oyasi B_0 asl to‘plamining nusxalari birligini hisoblash, keyin bu birlashmani B_0 deb qabul qilish va jarayonni cheksiz takrorlashdir. Olingan sirt fraktaldir. B_0 ixtiyoriy ravishda tanlanadi, lekin xOy tekisligida modellashtirilgan sirt bilan bir xil maydonni qoplashi kerak. Bu talab nusxalarni birlashtirish uchun ham amal qiladi. Uch o‘lchovli fazoda affin almashtirishlari (natijasi cheklangan) qo‘llaniladi.

FI da (1) tenglama shaklida yoziladi:

$$\omega_i\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{bmatrix}, \quad i = \overline{1,n}. \qquad (1)$$

Koeffitsientlar $a_{i,j}, i, j \in \{1;2;3\}$ va $b_i, i \in \{1,2,3\}$ noyob transformatsiyani ifodalaydi. n ta o‘zgarishlarning umumiy soni mavjud. b_1, b_2 va b_3 mos ravishda Ox, Oy va Oz o‘qi bo‘ylab siljishni boshqaradi.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6

B_0 dagi nusxalarni faqat Ox yoki Oy o‘qi bo‘ylab siljitish, masshtablash yoki kesish va keyin ularning barchasini birlashtirish zarurligini hisobga olsak, Oz o‘qi bo‘ylab ulush o‘zgartirishlari talab qilinmaydi. Shunday qilib, $a_{1,2}$, $a_{1,3}$ va $a_{2,3}$ parametrlari 0 ga o‘rnatiladi. Endi ning har bir ifodasida 9 ta noma’lum mavjud. (1) tenglikni yozish orqali uchta tenglama hosil bo‘ladi. Shunday qilib, 9 ta tenglamani olish uchun uchta nuqta kerak.

$$\begin{cases} \omega_i\left(\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix}^T\right) = \begin{bmatrix} x_1^* & y_1^* & z_1^* \end{bmatrix}^T, \\ \omega_i\left(\begin{bmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}^T\right) = \begin{bmatrix} x_2^* & y_2^* & z_2^* \end{bmatrix}^T, \\ \omega_i\left(\begin{bmatrix} x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}^T\right) = \begin{bmatrix} x_3^* & y_3^* & z_3^* \end{bmatrix}^T, \end{cases} \qquad i = \overline{1,n}. \tag{2}$$

(2) tenglamalarga ega bo‘lish har bir ω_i, $i = \overline{1,n}$ uchun noma’lum parametrlarning yagona to‘plamini topish mumkin. Bu bir xil miqdordagi chiziqli tenglamalar va noma'lum parametrlar mavjudligi bilan bog‘liq. Har qanday ω_i uchun (2) chiziqli tenglamalarning algebraik shakli:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + b_1 = x_1^*, \\ a_{21}x_1 + a_{22}y_1 + b_2 = y_1^*, \\ a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}z_1 + b_3 = z_1^*, \\ a_{11}x_2 + b_1 = x_2^*, \\ a_{21}x_2 + a_{22}y_2 + b_2 = y_2^*, \\ a_{31}x_2 + a_{32}y_2 + a_{33}z_2 + b_3 = z_2^*, \\ a_{11}x_3 + b_1 = x_3^*, \\ a_{21}x_3 + a_{22}y_3 + b_2 = y_3^*, \\ a_{31}x_3 + a_{32}y_3 + a_{33}z_3 + b_3 = z_3^*. \end{cases}$$

NATIJALAR

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6

Har bir almashtirish uchun a_{33} parametri sirt modelining boshqaruv parametri deb hisoblanadi. Ushbu maqolada keltirilgan model juda oddiy [19]. Asl sirt global shaklni belgilaydi, boshqaruv parametri esa modelning silliqligini belgilaydi.

B_0 nusxalarini birlashtirish uchun B_0 chegara koordinatalarida asl sirt funksiyasiga teng bo‘lishi kerak. Muammoni yaxshiroq tushunish va ko‘rish uchun uning tasviri B_0 paraboloid shaklida tanlangan. Paraboloidni tekislikning ma’lum bir domenida osongina aniqlash mumkin. Bu yerda muammo shundaki, ma’lum afin almashtirishlarni aniqlash uchun ishlatiladigan 3 nuqta orasidagi cheklovchi egri chiziqlar to‘g‘ri chiziqlar bo‘lishi kerak. Bu talab B_0 ning ikki yonma-yon joylashgan nusxalari turli balandliklarda birlashgandagi vaziyatlarni oldini olish uchun ko‘rib chiqiladi. Hammasini umumlashtirib, asosi uchburchakda tekis bo‘lgan paraboloid shakli yuzasini topishga olib keladi.

(3), (4) va (5) tenglamalar shakllangan. Bu erda a parametr kattalashtirilgan parabolalarning balandligini bildiradi.

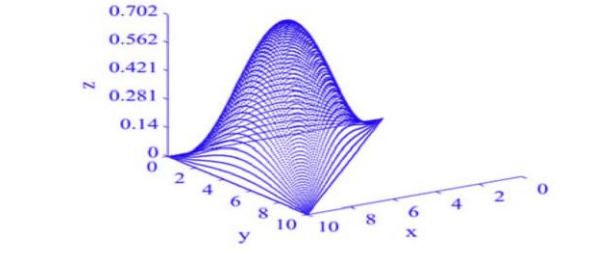
$$z_1(x,y)=1-\frac{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2}{0.25\cdot a^2}, \qquad (3)$$

$$z_2(x,y)=1-\frac{\left(y-\frac{a}{2}\right)^2}{0.25\cdot a^2}, \qquad (4)$$

$$z_3(x,y)=1-\frac{\left(\frac{x\sqrt{2}}{2}-\frac{y\sqrt{2}}{2}-\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}{0.125\cdot a^2}. \qquad (5)$$

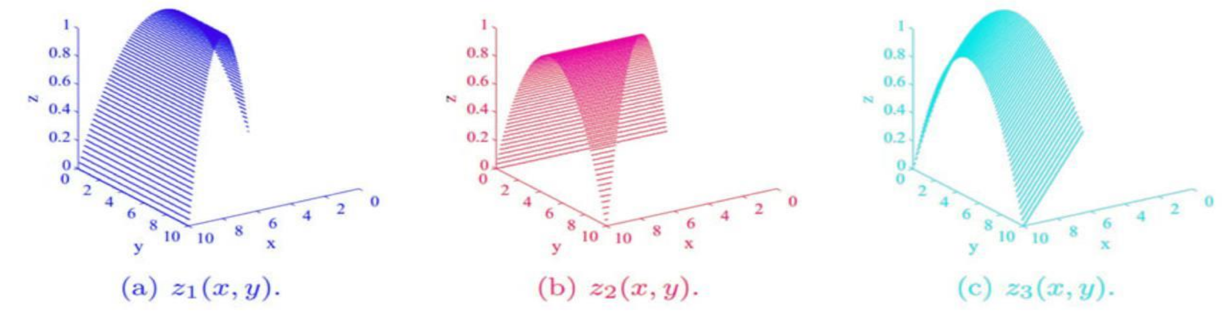
1-rasmda B_0 sifatida foydalanish mumkin bo‘lgan sirt tasvirlangan. Bunday sirtni 3 ta o‘q bo‘ylab parabolalarning kattalashtirilgan mahsulot sifatida olish mumkin (ularni faqat parabolalar deb ataymiz).

JOURNAL OF UNIVERSAL SCIENCE RESEARCH
ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6



1-rasm. B_0 ***boshlang'ich to'plami (paraboloid shaklga ega va asosi uchburchakda tekis bo'ladi).***

2-rasmda 3 xil o'q bo'ylab kattalashtirilgan parabolalar ko'rsatilgan. Ushbu parabolalarning asosi 1-rasmdagi shakldir.



2-rasm. 3 ta o'q bo'ylab kattalashtirilgan parabolalar.

Xulosa

Tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, 3D fraktal interpolyatsiya 3D sirtlarni modellashtirish uchun vosita sifatida ishlatilishi mumkin. Sirtning notekisligi a_{33} parametrini sozlash yoki FI ning bir qadamini ko'proq bajarish orqali o'zgartirilishi mumkin. Bundan tashqari, model shakliga ko'proq o'zgartirish kiritish uchun har bir iteratsiyada a_{33} ning turli qiymatlaridan foydalanish mumkin.

Foydalabilgan adabiyotlar

[1] Barnsley M. Fractal functions and interpolation. Constr Approx 1986;2:303–29.
[2] Barnsley M. Fractals everywhere. New York: Academic Press; 1988.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2023 SJIF 2024 = 5.073/Volume-2, Issue-6

[3] Ri S, 101142/S0218348X17500633. A new nonlinear fractal interpolation function. Fractals 2017;25(6). 1750063 (12 pages).
[4] Massopust P. Fractal functions, fractal surfaces and wavelets. San Diego: Academic Press; 1994.
[5] Wang HY, Xu Z. A class of rough surfaces and their fractal dimensions. J MathAnal Appl 2001;259:537–53.
[6] Ruan H, Xu Q. Fractal interpolation surfaces on rectangular grids. Bull AustMath Soc 2015;91:435–46.
[7] Feng Z. Variation and Minkowski dimension of fractal interpolation surface. J Math Anal Appl 2008;345:322–34.
[8] Dalla L. Bivariate fractal interpolation functions on grids. Fractals 2002;10(1):53–8.
[9] Feng ZG, Feng YZ, Yuan ZY. Fractal interpolation surfaces with function vertical scaling factors. Appl Math Lett 2012;25(11):1896–900.
[10] Ri S. Nonlinear bivariate fractal interpolation function on grids. Chaos Solitons Fractals 2015;81:351–8.
[11] Ri S. A new nonlinear bivariate fractal interpolation function. Fractals 2018;26(4). 1850054 (14 pages). doi: 10.1142/S0218348X18500548.
[12] Rakotch R. A note on contractive mappings. Proc Amer Math Soc 1962;13:459–65.
[13] Geraghty M. On contractive mappings. Proc Amer Math Soc 1973;40(2):604–8.
[14] Strobin F. Attractors of generalized IFSs that are not attractors of IFSs. J Math Anal Appl 2015;422:99–108.
[15] Łukawska GG, Jachymski J. The Hutchinson–Barnsley theory for infinite iterated function systems. Bull Aust Math Soc 2005;72:441–54.
[16] Jachymski J, Józwik ´ I. Nonlinear contractive conditions: a comparison and related problems. Banach Center Publ 2007;77:123–46.
[17] Rhoades B. A comparison of various definitions of contractive mappings. Trans Amer Math Soc 1977;226:257–90.
[18] Ri S. A new fixed point theorem in the fractal space. Indagationes Mathematicae 2016;27:85–93
[19] Mantas Landauskas. Modeling of surfaces using 3D fractal interpolation. Lietuvos matematikos rinkinys Vol. 54, 2013, 22–26.