

SONLARGA DOIR TURLI MASALALAR

Shermatova O‘g'iljon, Xorazm viloyati
Urganch shahri UrDU akademik
litseyi matematika fani o‘qituvchisi
Telefon:+998993488309
e-mail:shermatovaugiljon@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada sonlar nazariyasiga doir murakkabroq bo’lgan masalalarining qulay yechish usullari ko’rsatilgan.

Kalit so‘zlar: isbot, natural son, qisqarmas kasr, butun son, to’la kvadrat, tub son.

Biz o‘rganmoqchi bo‘lgan sonlar nazariyasiga doir masalalar darslik va qo‘llanmalarda kam uchraydi. Bunday ko‘rinishdagi misollar asosan Matematikadan olimpiadalarga tayyorgarlik ko‘rayotganlar uchun qo‘l keladi. Biz bu masalalarning qisqaroq va qulayroq yechish usullarini keltirib o‘tamiz. Biz o‘rganayotgan masalalarning yechish usullari bizning shaxsiy tajribamizga asoslangan holda kelib chiqqan bo‘lib avvalgi usullardan osonroq va tushunish hamda tushuntirish uchun qulayroq bo‘lib, qonuniyat topishga asoslangan. O‘ylaymizki bizning bu maqolamizdan o‘zingizga kerakli bo‘lgan zarur bilim va ko‘nikmalarga ega bo‘lasiz degan umiddamiz.

1. Ixtiyoriy natural son n da $\frac{2n+1}{2n(n+1)}$ kasr qisqarmas ekanligini isbotlang.

Yechish: Berilgan kasrga teskari kasr qisqarmas ekanini ko’rsatsak yetarli.

$$\frac{2n(n+1)}{2n+1} = n + \frac{n}{2n+1} = n + \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{2n+1}$$

$2n$ va $2n+1$ lar ketma-ket kelgan sonlar bo‘lgani uchun $\frac{2n}{2n+1}$ kasr qisqarmas kasr bo’ladi. Demak $\frac{2n(n+1)}{2n+1}$ kasr ham qisqarmas kasr bo’lar ekan.

2. n ning ixtiyoriy qiymatida $n^3 + 3n^2 + 5n + 3$ ifodaning 3 ga bo‘linishini isbotlang.
Yechish: Oldin berilgan ifodani ko’paytuvchilarga jaratamiz:

$$\begin{aligned} n^3 + 3n^2 + 5n + 3 &= n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n + 3n + 3 = \\ &= n^2(n+1) + 2n(n+1) + 3(n+1) = (n+1)(n^2 + 2n + 3) = \end{aligned}$$

$$= (n + 1)(n(n + 2) + 3) = n(n + 1)(n + 2) + 3(n + 1)$$

Uchta ketma-ket kelgan sonlar ko'paytmasi 3 karrali. Demak $n(n + 1)(n + 2)$ ko'paytma 3 ga karrali. Qo'shiluvchilarning har biri 3 ga karrali bo'lgani uchun yig'indi ham 3 ga karrali bo'ladi.

3. n ning qanday natural qiymatlarida $n^2 + 3$ soni $n + 3$ ga bo'linadi.

Yechish: Agar ikkita ifoda aynan bir-xil songa karrali bo'lsa, ularning ayirmasi ham, yig'indisi ham o'sha songa karrali ekanidan $n^2 + 3 + n + 3 = n^2 + n + 6$ va $n^2 + 3 - n - 3 = n^2 - n$ lar $n + 3$ ga karrali ekani kelib chiqadi. Demak $n^2 + n + 6$ va $n^2 - n$ larning ayirmasi ham $n + 3$ ga karrali bo'ladi.

$$n^2 + n + 6 - n^2 - n = 2n + 6 = 2(n + 3)$$

Oxirgi tenglikdan ko'rinishdiki berilgan ifodalarining hammasini $n + 3$ ga bo'lganda, bo'linma 2 chiqar ekan. Uhola quyidagi tenglamani yechamiz:

$$n^2 + 3 = 2(n + 3)$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0$$

$$(n + 1)(n - 3) = 0$$

Ko'paytma nolga teng bo'lishi uchun kamida bitta ko'paytuvchi nolga teng bo'lishi kerak. Demak $n = 3$ va $n = -1$ bo'ladi $n = -1$ ni olmaymiz chunki u natural son emas. Demak izlangan javob $n = 3$.

4. Ixtiyoriy natural n uchun $4n + 2$ ifodabiror sonning kvadrati bo'lmashagini isbotlang.

Yechish: Ixtiyoriy natural sonning kvadratini 4 ga bo'lganda 0, 1, 3 qoldiqlar qoladi. Demak $4n + 2$ ifoda hech qachon biror sonning kvadrati bo'laolmaydi.

5. Ixtiyoriy natural son uchun $7n^2 + 1$ ifodani 3 ga bo'linmasligini isbotlang.

Yechish: Ixtiyoriy natural sonni $n = 3m$, $n = 3m + 1$ va $n = 3m + 2$ ko'rinishida tasvirlash mumkin. Bizga berilgan ifoda bularning hech birida 3 ga bo'linmaydi

6. Agar p tub son bo'lsa, $8p^2 + 1$ ham tub bo'ladigan barcha tub sonlarni toping.

Yechish: 3 dan tashqari har qanday tub sonni 3 ga bo'lsak 1 yoki 2 qoldiq qoladi. 3 ga bo'lganda 1 yoki 2 qoldiq qoladigan har qanday sonni $8p^2 + 1$ ifodaga qo'ysak 3 ga karrali murakkab son hosil bo'ladi. Demak tub sonlardan faqat 3 ning o'zi qoldi va u masala shartini qaoatlantiradi.

7. $\frac{n(n - 5)}{2}$ kasr ixtiyoriy $n > 5, n \in \mathbb{N}$ da natural son ekanini isbotlang.

Yechish: Ikki holni qaraymiz:

1-hol n toq son bo'lsin. U holda $n - 5$ juft son bo'ladi. Demak $n(n - 5)$ ko'paytma

ham juft. Juft son 2 gakarrali bo'lgani uchun $\frac{n(n - 5)}{2}$ ning natural ekani kelib chiqadi

2-hol n juft son bo'lsin. U holda $n(n - 5)$ ko'paytma juft bo'ladi va $\frac{n(n - 5)}{2}$ ning natural ekani kelib chiqadi.

Mustaqil yechish uchun:

1. Ixtiyriy natural \square uchun $\frac{n^3}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{3}$ kasr natural son ekanini isbotlang
2. n ning qanday natural qiymatlarida $\frac{2n^2 - 3n + 2}{2n - 1}$ kasr butun son bo'ladi?
3. Natural n sonda $n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ ifoda to'la kvadrat bo'la olmasligini isbotlang.
4. Ixtiyoriy natural son n da $\frac{10^{2n-2} + 2}{3} + \frac{10^{3n-3} + 2^3}{3^2}$ ifoda butun songa teng bo'lishini isbotlang.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ayupov Sh., Rihsiyev B., Quchqorov O. “Matematika olimpiadalari masalari” 1,2qismlar. T.: Fan, 2004
2. Bahodir Kamolov, Ne'matjon Kamalov. Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari. “Quvanchbek-Mashhura” MCHJ nashriyoti, 2018y
3. Abdiyev.uz web sayti materiallari.