BA'ZI BIR AJRALGAN YADROLI XUSUSIY INTEGRAL TENGLAMA VA UNI YECHISH

Xayrullayev Ismatulla Nurullayevich

Termiz iqtisodiyot va servis universiteti

"Iqtisodiyot va aniq fanlar" kafedrasi dotsenti

Tel: 93-221-08-59 e-mail: xayrullayev0809@mail.ru

Anvarova Xusniyagul Hamrali qizi

Termiz iqtisodiyot va servis universiteti

1-kurs magistranti

Tel: 91-078-24-30 e-mail: Anvarova@mail.ru

Ba'zi xususiy integral operatorlarning spektral xossalarini o'rganishda xususiy integral tenglamalarni yechish muhimdir. Shu sababli xususiy integral tenglama yechimini topish uchun Fredgolm II tur integral tenglamasini yechish usulidan foydalaniladi.

Agar integral tenglamada noma'lum funksiya ikki yoki ko'p o'zgaruvchili bo'lib, faqat bir o'zgaruvchisi bo'yicha integral olingan bo'lsa, bunday integral tenglama xususiy integral tenglama deb ataladi.

Biz quyida uzluksiz funksiyalar fazosi ya'ni $H = C[a,b] \oplus C[a,b]^2$ Banax fazosida quyidagi xususiy integral tenglamaning yechimini topish bilan shug'ullanamiz.

Bizga quyidagi bir jinisli bo'lmagan

$$f(x,y) + \lambda a(y)\int_a^b a(t) f(x,t)dt = g(x,y) \quad (1)$$

xususiy integral tenglama va unga mos

$$f(x,y) + \lambda a(y)\int_a^b a(t) f(x,t)dt = 0 \quad (2)$$

bir jinisli xususiy integral tenglama berilgan bo`lsin.

Bu yerda $a(y)\in C[a,b]$, $g(x,y)\in C[a,b]^2$ lar berilgan uzluksiz funksiyalar. $f(x,y)$ esa noma'lum funksiya, λ -parametr.

Teorema. Agar

$$\Delta(\lambda)=1+\lambda\int_a^b a^2(t)\,dt\neq 0$$

bo'lsa, u holda (1) tenglama λ – parametrning turli qiymatlarida yechimga ega va bu yechim quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$f(x,y)=g(x,y)-\frac{\lambda a(y)}{\Delta(\lambda)}\int_a^b a(t)g(x,t)\,dt \qquad (2)$$

Isboti. Berilgan (1) tenglamada

$$\int_a^b a(t)f(x,t)\,dt=\alpha(x) \qquad (3)$$ deb

belgilab olamiz. U holda (1) tenglamaning ko'rinishi

$f(x,y)+\lambda a(y)\alpha(x)=g(x,y)$ (4) dan iborat bo'ladi.

(3) da $\alpha(x)$ -noma'lum funksiya bo'lib, uni topish uchun (4) dan $f(x,y)$ ni quyidagicha yozib olamiz:

$$f(x,y)=g(x,y)-\lambda a(y)\alpha(x) \qquad (5)$$

$f(x,y)$ ning topilgan bu qiymatini (3) tenglikda integral ostiga qo'yib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\alpha(x)=\int_a^b a(t)\left[g(x,t)-\lambda\alpha(x)a(t)\right]dt=\int_a^b a(t)g(x,t)\,dt-\lambda\alpha(x)\int_a^b a^2(t)\,dt$$

Oxirgi tenglikdan $\alpha(x)$ ni quyidagicha topamiz:

$$\alpha(x)+\lambda\alpha(x)\int_a^b a^2(t)dt=\int_a^b a(t)g(x,t)dt$$

yoki

$$\alpha(x)\left(1+\lambda\int_a^b a^2(t)dt\right)=\int_a^b a(t)g(x,t)dt \qquad (6)$$

Oxirgi tenglikda

$\Delta(\lambda)=1+\lambda\int_a^b a^2(t)dt$ belgilab kiritsak, u holda

$$\alpha(x)\Delta(\lambda)=\int_a^b a(x)g(x,t)dt \qquad (7)$$

ifoda hosil bo`ladi.

(7) tenglikda $\Delta(\lambda)\neq 0$ yani $\Delta(\lambda)=1+\lambda\int_a^b a^2(t)dt\neq 0$ desak, u holda $\alpha(x)$ uchun $\alpha(x)=\dfrac{1}{\Delta(\lambda)}\int_a^b a(t)g(x,t)dt$ ga ega bo`lamiz.

$\alpha(x)$ ning topilgan bu qiymatini (5) tenglikka qo'yib (1) xususiy integral tenglama uchun

$$f(x,y)=g(x,y)-\frac{\lambda a(y)}{\Delta(\lambda)}\int_a^b a(t)g(x,t)dt$$

yechimni hosil qilamiz.

Teorema isbot bo`ldi..

Adabiyotlar:

1. Смирнов. В.И. Курс высшей математики, Т. 4. ч. 1. М.Наука, 1974.
2. М.Л.Краснов “Интегральные уравнение” Москва “Наука” 1975 г.
3. У.В. Ловитт “Линейные интегральные уравнения” Гос.тех. издат. Москва-1957