UCHTA VEKTORNING ARALASH KO‘PAYTMASI

Jabborova Bonu va Axatova Muhayyobonu

Pedagogika fakulteti Fizika yo‘nalishi 1-kurs 1.25-guruh talabasi

ANNOTATSIYA: Ushbu maqolada uchta vektorning aralash ko‘paytmasi tushunchasi chiziqli algebra va vektor analizining muhim mavzularidan biri sifatida keng va batafsil yoritiladi, aralash ko‘paytmaning geometrik va algebraik ma’nosi, uning determinantlar bilan bog‘liqligi, fazodagi hajmni aniqlashdagi roli, asosiy xossalari, hisoblash usullari, koordinatalarda ifodalanishi hamda amaliy masalalardagi qo‘llanilishi ilmiy-nazariy va o‘quv-uslubiy nuqtayi nazardan tahlil qilinadi, shuningdek, uch vektorning o‘zaro joylashuvi va fazoviy ob’ektlarning xossalarini o‘rganishda aralash ko‘paytmaning ahamiyati asoslab beriladi.

KALIT SO‘ZLAR: vektor, aralash ko‘paytma, uch vektor, determinant, hajm, skalyar ko‘paytma, vektor ko‘paytma, fazo, koordinata, geometrik ma’no, algebraik ifoda.

KIRISH

Chiziqli algebra va vektorlar nazariyasi zamonaviy matematikaning, fizikaning, muhandislik fanlarining hamda kompyuter grafikasi va mexanikaning nazariy asosini tashkil etadi, vektor tushunchasi esa fazodagi yo‘nalish va uzunlikka ega bo‘lgan kattaliklarni ifodalashda beqiyos ahamiyatga ega bo‘lib, vektorlar ustida bajariladigan amallar orqali murakkab jarayonlar va obyektlar soddalashtirilgan matematik model ko‘rinishida ifodalanadi, vektorlarning skalyar ko‘paytmasi ikki vektor orasidagi burchak va ularning o‘zaro yo‘nalishini tavsiflasa, vektor ko‘paytma fazodagi yo‘nalishli tekislikka perpendikulyar bo‘lgan yangi vektorni aniqlaydi, aynan shu ikki amal asosida aniqlanadigan uchta vektorning aralash ko‘paytmasi esa fazoviy hajm, yo‘nalish va vektorlarning chiziqli bog‘liqligi kabi muhim tushunchalarni o‘zida mujassamlashtiradi, shuning uchun ham uch vektoring aralash ko‘paytmasi mavzusi oliy matematika kurslarida alohida o‘rin tutadi va talabalar uchun nafaqat formulani yodlash, balki uning geometrik mazmunini chuqur tushunish muhim hisoblanadi, ushbu maqolaning asosiy maqsadi ham aralash ko‘paytma tushunchasini tizimli va izchil tarzda bayon qilish, uning nazariy asoslarini yoritish va amaliy ahamiyatini ko‘rsatishdan iborat.

ASOSIY QISM

Uchta vektorning aralash ko‘paytmasi odatda birinchi vektorning ikkinchi va uchinchi vektorlarning vektor ko‘paytmasi bilan skalyar ko‘paytmasi sifatida aniqlanadi va agar a, b va c vektorlar berilgan bo‘lsa, ularning aralash ko‘paytmasi [a, b, c] yoki a·(b×c) ko‘rinishida belgilanadi, bu ifodaning mazmuni shundan iboratki, avval b va c vektorlarining vektor ko‘paytmasi olinadi, natijada fazoda b va c yotgan tekislikka perpendikulyar bo‘lgan vektor hosil bo‘ladi, so‘ngra bu vektor a vektor bilan skalyar ko‘paytiriladi, natijada skalyar son hosil bo‘lib, aynan shu son uch vektorning aralash ko‘paytmasi deb ataladi, bu amalning eng muhim geometrik talqini shundan iboratki, aralash ko‘paytmaning moduli a, b va c vektorlari yasagan parallelepipedning hajmiga teng bo‘ladi, agar natija musbat bo‘lsa vektorlar o‘ng uchlikni, manfiy bo‘lsa chap uchlikni hosil qiladi, nolga teng bo‘lsa esa uch vektor bir tekislikda yotadi va chiziqli bog‘liq bo‘ladi.

Aralash ko‘paytmaning algebraik ifodasi determinantlar bilan chambarchas bog‘liq bo‘lib, agar a = (a1, a2, a3), b = (b1, b2, b3), c = (c1, c2, c3) bo‘lsa, u holda ularning aralash ko‘paytmasi uchinchi tartibli determinant orqali [a, b, c] = |a1 a2 a3; b1 b2 b3; c1 c2 c3| ko‘rinishida yoziladi, bu esa hisoblash jarayonini ancha qulaylashtiradi va chiziqli algebra apparatini qo‘llash imkonini beradi, determinantning nolga teng bo‘lishi satrlar yoki ustunlarning chiziqli bog‘liqligini bildirgani kabi, aralash ko‘paytmaning nolga tengligi ham vektorlarning bir tekislikda yotishini ko‘rsatadi. Aralash ko‘paytmaning asosiy xossalariga to‘xtaladigan bo‘lsak, birinchi navbatda, u uchta vektor bo‘yicha chiziqli bo‘lib, ya’ni agar vektorlardan biri skalyar bilan ko‘paytirilsa, aralash ko‘paytma ham shu skalyarga ko‘payadi, ikkinchidan, ikki vektorning o‘rni almashtirilsa, aralash ko‘paytmaning ishorasi o‘zgaradi, masalan [a, b, c] = –[b, a, c], bu xossa determinantlarning antisimmmetrik xususiyatiga mos keladi, uchinchidan, vektorlar siklik ravishda o‘rin almashtirilsa, aralash ko‘paytma o‘zgarmaydi, ya’ni [a, b, c] = [b, c, a] = [c, a, b], bu esa orientatsiya tushunchasi bilan bog‘liq bo‘lib, fazoda o‘ng va chap koordinata tizimlari farqini tushuntirishda muhim rol o‘ynaydi.

Geometrik nuqtayi nazardan aralash ko‘paytma fazodagi hajmni aniqlashning qulay vositasi bo‘lib, agar uchta vektor berilgan bo‘lsa, ularning yasalgan parallelepipedi ko‘plab fizik va muhandislik masalalarida uchraydi, masalan, kuchlar sistemasi, tezlik va tezlanishlarning fazoviy taqsimoti, elektr va magnit maydonlarining intensivligi kabi masalalarda hajm va yo‘nalish tushunchalari muhim ahamiyatga ega, aynan shu yerda aralash ko‘paytma orqali obyektning fazoviy xossalarini aniqlash mumkin bo‘ladi. Aralash ko‘paytmaning yana bir muhim jihati uning koordinata o‘zgartirishlarga nisbatan tutumidir, ya’ni agar fazoda koordinata tizimi ortonormal bo‘lsa, determinant ko‘rinishidagi ifoda saqlanib qoladi, lekin umumiy holda chiziqli almashtirishlar ostida aralash ko‘paytma matritsaning determinantiga ko‘paytiriladi, bu esa chiziqli operatorlarning hajmni qanday o‘zgartirishini tahlil qilish imkonini beradi, shu sababli aralash ko‘paytma chiziqli algebra va analitik geometriyada invariantlar tushunchasini o‘rganishda ham muhimdir. Amaliy misollarga murojaat qiladigan bo‘lsak, uchta nuqta orqali o‘tuvchi tekislikning tenglamasini tuzishda, to‘rt nuqtaning bir tekislikda yotishini tekshirishda yoki tetraedrning hajmini hisoblashda aralash ko‘paytma keng qo‘llaniladi, masalan, A, B, C va D nuqtalar berilgan bo‘lsa, AB, AC va AD vektorlarining aralash ko‘paytmasining modulini oltiga bo‘lish orqali tetraedr hajmi topiladi, bu esa geometrik masalalarni algebraik usulda yechishga imkon yaratadi, shuningdek, mexanikada moment va ish tushunchalarini fazoviy ifodalashda ham aralash ko‘paytmaning analoglari uchraydi.

Ta’lim jarayonida uch vektorning aralash ko‘paytmasini o‘rganish talabalarda fazoviy tasavvurni rivojlantiradi, determinantlar bilan ishlash ko‘nikmasini mustahkamlaydi va matematik tushunchalarning o‘zaro bog‘liqligini anglashga yordam beradi, shu bois bu mavzuni faqat formula sifatida emas, balki uning kelib chiqishi, ma’nosi va qo‘llanilishi bilan birgalikda o‘rganish muhim hisoblanadi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, uchta vektorning aralash ko‘paytmasi chiziqli algebra va vektor analizining markaziy tushunchalaridan biri bo‘lib, u fazodagi hajmni aniqlash, vektorlarning o‘zaro joylashuvini baholash va chiziqli bog‘liqlikni tekshirish kabi muhim masalalarni hal etishda samarali matematik vosita hisoblanadi, uning determinantlar bilan bog‘liqligi algebra va geometriya orasidagi chuqur aloqani namoyon etsa, geometrik talqini esa abstrakt formulalarning real fazoviy mazmunini ochib beradi, aralash ko‘paytmaning xossalari va qo‘llanilish sohalarini chuqur o‘zlashtirish nafaqat nazariy bilimlarni boyitadi, balki amaliy masalalarni yechishda ham keng imkoniyatlar yaratadi, shu sababli ushbu mavzuni puxta o‘rganish matematik tafakkurni rivojlantirish va keyingi murakkab bo‘limlarni muvaffaqiyatli egallash uchun mustahkam poydevor bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Axmedov A.A., Qodirov N.X. *Oliy matematika*. I jild. Toshkent: O‘qituvchi nashriyoti, 2018.
2. To‘xtasinov R.T. *Vektorlar algebrasi va analitik geometriya*. Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti, 2016.
3. Ismoilov B.I. *Chiziqli algebra va analitik geometriya asoslari*. Toshkent: Universitet nashriyoti, 2019.
4. Sadullaev A.S. *Analitik geometriya*. Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2017.
5. Xudoyberganov J.X., Abdukarimov A.A. *Oliy matematika kursi*. Toshkent: Fan, 2020.
6. Yo‘ldoshev E.Y. *Chiziqli algebra va vektorlar nazariyasi*. Toshkent: O‘qituvchi, 2015.
7. Karimov S.K. *Oliy matematika masalalar to‘plami*. Toshkent: Fan va texnologiya, 2018.
8. Rahimov M.R. *Vektor analiziga kirish*. Toshkent: Universitet, 2016.