

EVKLID FAZOSI VA SKALYAR KO'PAYTMA

Eshquvvatova Shirin va Xolmatova Gavhar

Pedagogika fakulteti Fizika yo'nalishi 1-kurs 1.25-guruh talabasi

ANNOTATSIYA: Ushbu maqolada Evklid fazosi va skalyar ko'paytma tushunchalari zamonaviy matematikaning fundamental asoslari sifatida keng va batafsil yoritiladi, Evklid fazosining aksiomatik ta'rifi, uning geometrik va algebraik xossalari, skalyar ko'paytmaning Evklid fazosidagi o'rni, normaning aniqlanishi, masofa va burchak tushunchalarining shakllanishi, ortogonallik, ortonormal bazislar, proyeksiya va ular orqali fazodagi vektorlar tuzilishini o'rganish masalalari ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilinadi, shuningdek, ushbu tushunchalarning fizika, muhandislik, kompyuter grafikasi va amaliy matematika sohalaridagi qo'llanilishiga ham alohida e'tibor qaratiladi.

KALIT SO'ZLAR: Evklid fazosi, skalyar ko'paytma, vektor, norma, masofa, burchak, ortogonallik, ortonormal bazis, proyeksiya, chiziqli algebra.

ABSTRACT: This article provides a comprehensive and detailed discussion of Euclidean space and the concept of the scalar product as fundamental foundations of modern mathematics. It examines the axiomatic definition of Euclidean space, its geometric and algebraic properties, the role of the scalar product within Euclidean space, the definition of norm, and the formation of the concepts of distance and angle. In addition, issues related to orthogonality, orthonormal bases, projections, and the study of the structure of vectors in space through these concepts are analyzed from a scientific and theoretical perspective. Special attention is also given to the applications of these concepts in physics, engineering, computer graphics, and applied mathematics.

KEYWORDS: Euclidean space, scalar product, vector, norm, distance, angle, orthogonality, orthonormal basis, projection, linear algebra.

KIRISH

Chiziqli algebra va analitik geometriya fanlari matematikaning eng muhim bo'limlaridan biri bo'lib, ular fazodagi obyektlarni algebraik usullar orqali o'rganish imkonini beradi, bu fanlarning markazida esa Evklid fazosi tushunchasi joylashgan bo'lib, u real fazoda geometrik tasavvurlarni aniq matematik til bilan ifodalashga

xizmat qiladi, Evklid fazosi qadimgi yunon olimi Evklid geometriyasiga asoslangan bo'lsa-da, hozirgi zamon matematika tilida u ancha umumlashgan va abstrakt ko'rinishga ega bo'lib, skalyar ko'paytma orqali aniqlanadigan masofa va burchak tushunchalari bilan tavsiflanadi, aynan skalyar ko'paytma Evklid fazosining asosiy tuzilmasini belgilab beradi va fazodagi vektorlar orasidagi munosabatlarni aniqlashda hal qiluvchi rol o'ynaydi, shu sababli Evklid fazosi va skalyar ko'paytma tushunchalarini chuqur o'rganish nafaqat nazariy matematika uchun, balki fizika, mexanika, kvant nazariyasi, signalni qayta ishlash, sun'iy intellekt va mashinaviy o'rganish kabi ko'plab amaliy sohalar uchun ham muhim ahamiyatga ega, ushbu maqolada mazkur tushunchalar izchil va tizimli tarzda bayon qilinib, ularning o'zaro bog'liqligi va ahamiyati keng yoritiladi.

ASOSIY QISM

Evklid fazosi deganda, real sonlar maydoni ustida aniqlangan chiziqli fazo tushunilib, unda skalyar ko'paytma kiritilgan bo'lib, bu skalyar ko'paytma ma'lum aksiomalarga bo'ysunadi, ya'ni ixtiyoriy a va b vektorlar uchun skalyar ko'paytma (a, b) real son bo'lib, u simmetriklik xossasiga ega, ya'ni $(a, b) = (b, a)$, chiziqilik xossasiga ega, ya'ni $(\alpha a + \beta b, c) = \alpha(a, c) + \beta(b, c)$ va musbat aniqlik shartini qanoatlantiradi, ya'ni $(a, a) \geq 0$ bo'lib, $(a, a) = 0$ faqatgina $a = 0$ bo'lgandagina o'rinli bo'ladi, mana shu xossalalar Evklid fazosining asosiy belgilarini tashkil etadi va uni umumiy chiziqli fazolardan farqlaydi.

Skalyar ko'paytma orqali Evklid fazosida vektorning normasi aniqlanadi, norma $\|a\| = \sqrt{(a, a)}$ formula bilan berilib, u vektorning uzunligini ifodalaydi, norma tushunchasi esa masofa tushunchasini kiritish imkonini beradi, ya'ni ikki vektor orasidagi masofa $d(a, b) = \|a - b\|$ ko'rinishida aniqlanadi, bu esa Evklid fazosini metrik fazoga aylantiradi, natijada limit, uzluksizlik va yaqinlashuv kabi analiz tushunchalarini ham bu fazoda aniqlash mumkin bo'ladi. Skalyar ko'paytmaning yana bir muhim geometrik talqini burchak tushunchasi bilan bog'liq bo'lib, nolga teng bo'lmagan a va b vektorlar orasidagi burchak $\cos\varphi = (a, b) / (\|a\| \cdot \|b\|)$ formula orqali aniqlanadi, bu formula fazodagi geometrik burchakni algebraik ifoda bilan bog'laydi va skalyar ko'paytmaning mazmunini yanada chuqurlashtiradi, aynan shu munosabat orqali vektorlarning o'zaro yo'nalishi, qarama-qarshiligi yoki perpendikulyarligi aniqlanadi. Agar ikki vektorning skalyar ko'paytmasi nolga teng bo'lsa, ular ortogonal deyiladi, ortogonallik tushunchasi Evklid fazosining eng muhim xossalardan biri bo'lib, u

ko'plab nazariy va amaliy masalalarda markaziy o'rin egallaydi, masalan, ortogonal vektorlar orqali koordinata o'qlari quriladi, murakkab masalalar soddalashtiriladi va hisoblash jarayonlari qulaylashadi. Evklid fazosida bazis tushunchasi ham muhim ahamiyatga ega bo'lib, agar bazis vektorlari o'zaro ortogonal va normasi birga teng bo'lsa, bunday bazis ortonormal bazis deb ataladi, ortonormal bazisda hisoblashlar ayniqsa sodda bo'ladi, chunki bunday bazisda skalyar ko'paytma oddiy koordinatalar ko'paytmasi va yig'indisiga aylanadi, ya'ni agar $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ va $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ bo'lsa, u holda $(a, b) = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ ko'rinishda yoziladi, bu esa Evklid fazosining klassik n-o'lchamli fazodagi ifodasidir.

Skalyar ko'paytma yordamida proyeksiya tushunchasi ham aniqlanadi, ya'ni bir vektorning ikkinchi vektor ustidagi proyeksiyasi $\text{proj}_b a = ((a, b)/(b, b)) \cdot b$ formula orqali ifodalanadi, bu tushuncha fizika va mexanikada kuchning yo'nalish bo'yicha ta'sirini aniqlashda, signalni qayta ishlashda foydali signalni ajratib olishda, statistika va regressiya tahlilida esa ma'lumotlarni eng yaqin yaqinlashmalar orqali ifodalashda keng qo'llaniladi. Evklid fazosining muhim natijalaridan biri Koshi–Shvarts tengsizligi bo'lib, u $|(a, b)| \leq \|a\| \cdot \|b\|$ ko'rinishida ifodalanadi va bu tengsizlik ko'plab matematik teoremlar va isbotlar uchun asos bo'lib xizmat qiladi, undan uchburchak tengsizligi $\|a + b\| \leq \|a\| + \|b\|$ kelib chiqadi, bu esa norma tushunchasining geometrik mazmunini yana bir bor tasdiqlaydi. Evklid fazosi tushunchasi cheksiz o'lchamli fazolarga ham umumlashtiriladi va bunday fazolar Gilbert fazolari deb ataladi, ular kvant mexanikasi, funksional analiz va differensial tenglamalar nazariyasida muhim rol o'ynaydi, biroq ularning asosida ham aynan skalyar ko'paytma va Evklid fazosining asosiy g'oyalari yotadi, bu esa mazkur tushunchalarning universalligini ko'rsatadi. Ta'lim jarayonida Evklid fazosi va skalyar ko'paytmani o'rganish talabalarda abstrakt fikrlashni rivojlantiradi, geometrik va algebraik tafakkur o'rtasidagi bog'liqlikni anglashga yordam beradi va keyingi murakkab matematik fanlarni o'zlashtirish uchun mustahkam poydevor yaratadi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, Evklid fazosi va skalyar ko'paytma tushunchalari zamonaviy matematikaning asosiy va ajralmas qismlaridan biri bo'lib, ular fazodagi vektorlar tuzilishini, ularning o'zaro munosabatlarini va geometrik xossalarni aniq va izchil tarzda ifodalash imkonini beradi, skalyar ko'paytma orqali norma, masofa, burchak va ortogonallik kabi muhim tushunchalar aniqlanib, Evklid fazosi boy geometrik va

algebraik tuzilishga ega bo'radi, bu tushunchalarning amaliy qo'llanilishi esa fizika, muhandislik, axborot texnologiyalari va boshqa ko'plab sohalarda ularning naqadar muhim ekanini ko'rsatadi, shu bois Evklid fazosi va skalyar ko'paytmani chuqur va puxta o'rganish matematik bilimlarning mantiqiy yaxlitligini ta'minlaydi va ilmiy hamda amaliy faoliyatda keng imkoniyatlar yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Axmedov A.A., Qodirov N.X. *Oliy matematika*. I jild. Toshkent: O'qituvchi nashriyoti, 2018.
2. To'xtasinov R.T. *Chiziqli algebra va analitik geometriya*. Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti, 2016.
3. Ismoilov B.I. *Chiziqli algebra asoslari*. Toshkent: Universitet nashriyoti, 2019.
4. Sadullaev A.S. *Analitik geometriya va vektorlar algebrasi*. Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2017.
5. Xudoyberganov J.X., Abdulkarimov A.A. *Oliy matematika kursi*. Toshkent: Fan nashriyoti, 2020.
6. Yo'ldoshev E.Y. *Vektorlar nazariyasi va uning tatbiqlari*. Toshkent: O'qituvchi, 2015.