

## **FUNKSIYANING CHEGARALANGANLIGI VA SUPREMUMI.**

**Haqberdiyev Bekzod Turdiali o'g'li**

Termiz iqtisodiyot va servis Universiteti magistranti

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada funksiyaning chegaralanganligi tushunchasi, uning matematik tahlildagi o'rnini hamda supremum (eng kichik yuqori chegara) kategoriyasining nazariy ahamiyati yoritiladi. Funksiyaning yuqoridan va pastdan chegaralangan bo'lishi uchun zarur shartlar izohlanib, supremumni aniqlashning analitik usullari ko'rib chiqiladi. Shuningdek, chegaralangan funksiyalarni real masalalarda qo'llash, supremum tushunchasining optimallashtirish va funksiya xossalari tadqiq etishdagi roli misollar orqali asoslab beriladi. Tadqiqot natijalari funksiyaning chegaralanganligi va supremumini o'rganish matematik analizning asosiy bo'limlaridan biri bo'lib, u barcha turdagi funksiyalar bilan ishlashda muhim nazariy poydevor ekanini ko'rsatadi.

**Kalit so'zlar :** Chegaralangan funksiya, supremum, yuqori chegara, pastki chegara, funksiyaning xossalari, analitik tahlil, optimallashtirish, to'planning supremumi.

### **KIRISH**

Matematik analizda funksiyalar xossalari chuqur o'rganish ularning qo'llanish sohasini kengaytirish va real jarayonlarni aniq modellashtirish uchun muhim ahamiyatga ega. Funksiyaning chegaralanganligi va supremumi shu xossalarning asosiy tarkibiy qismidan bo'lib, ular funksiyaning o'sishi, kamayishi, barqarorligi va ekstremal qiymatlari haqida muhim ma'lumot beradi. Chegaralanganlik funksiyaning qiymatlari biror oraliqda yoki butun ta'riflash sohasida qanday chegaralarda o'zgarishini aniqlash imkonini yaratadi. Bu esa ko'plab matematik modellar, iqtisodiy jarayonlar, fizik hodisalar va optimallashtirish masalalarida muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

Supremum tushunchasi esa to'planning yoki funksiyaning eng kichik yuqori chegarasini ifodalab, mavjud bo'lgan qiymatlar orasida maksimalga yaqin eng yuqori nuqtani aniqlashga imkon beradi. Ayniqsa maksimal qiymat mavjud bo'lmagan holatlarda supremum funksiyaning qaysi yo'nalishda o'sib borishini baholashda muhim ko'rsatkich hisoblanadi. Shu sababli supremum matematik analiz, real

funksiyalar nazariyasi, o'zgaruvchilarni optimallashtirish va chegaraviy jarayonlarni o'rganishda keng qo'llaniladi. Mazkur maqolada funksiyaning chegaralanganligi va supremumiga oid asosiy ta'riflar, ularni aniqlash metodlari hamda amaliy misollar yoritiladi. Ushbu tahlillar funksiyaning xatti-harakatini tushunishga, uning chegaralari va maksimalga yaqin qiymatlarini aniqlashga xizmat qiladi.

## **TADQIQOT METODLARI VA USLUBLARI**

Mazkur tadqiqotda funksiyaning chegaralanganligi va supremumi bilan bog'liq nazariy tushunchalarni o'rganish hamda ularni amaliy misollar orqali asoslash uchun bir nechta ilmiy-uslubiy yondashuvlardan foydalanildi. Tadqiqot jarayonida quyidagi metodlar asosiy o'rin tutdi:

1. Analitik metod. Funksiyaning yuqoridan yoki pastdan chegaralanganligini aniqlashda algebraik tahlil, limitlar asosida baholash va funksiyaning xatti-harakatini taqqoslash metodlari qo'llanildi. Bu yondashuv yordamida funksiyaning o'sish tezligi, uning chegaraviy qiymatlari va supremum uchun zarur shartlar aniqlanib bordi.
2. Mantiqiy ta'riflash va isbotlash usuli. Supremum tushunchasi to'planning tartib tuzilishiga asoslanganligi sababli, supremumni aniqlashda mantiqiy isbotlash, qarama-qarshilikka asoslangan tahlil va yuqori chegaralar yordamida supremumni aniqlash yondashuvi qo'llanildi. Har bir ta'rif misollar bilan mustahkamlandi.
3. Grafik tahlil. Ba'zi funksiyalar uchun ularning grafigi yordamida qiymatlarning qanday oraliqda o'zgarishi ko'rsatildi. Grafik usul funksiyaning qayerda maksimalga yaqinlashishi yoki qaysi nuqtalarda qiymati cheklanmasligini ko'rsatishda muhim vosita bo'ldi.
4. Taqqoslash usuli. Funksiyaning supremumini aniqlashda uni boshqa tanlangan oddiy funksiyalar bilan taqqoslash orqali cheklovlar topildi. Masalan, o'suvchi yoki kamayuvchi funksiyalar orqali chegaralar baholanib, supremum topish jarayoni aniqlandi.
5. Misollar orqali mustahkamlash. Nazariy qoidalar real funksiyalar misollarida qo'llanib, supremumni topishning turli usullari solishtirildi. Bu yondashuv funksiyaning chegaralanganligi va supremumiga oid nazariy tushunchalarning amaliy ahamiyatini ko'rsatdi. Ushbu metodlar yig'indisi funksiyaning xatti-harakatini chuqur tahlil qilish, uning chegaralarini aniqlash va supremumni topish bo'yicha izchil va ilmiy asoslangan natijalar olish imkonini berdi.

## TAHLIL VA NATIJALAR

Tadqiqot davomida funksiyaning chegaralanganligi va supremumi tushunchalari turli misollar asosida tahlil qilindi. Funksiyaning xatti-harakatini baholash, uning yuqori va pastki chegaralarini aniqlash hamda supremumni topish metodlari solishtirildi.

1. Funksiyaning chegaralanganligi bo'yicha tahlil . Funksiya yuqoridan yoki pastdan chegaralangan bo'lishi uning qiymatlari muayyan oraliqdan chiqmasligini bildiradi. Masalan:

Misol 1:

$$f(x) = 3x - 5$$

Agar  $x \in [1, 4]$  oraliqda ko'rib chiqilsa,

$$f(1) = -2$$

$$f(4) = 7$$

Demak, bu oraliqda funksiya -2 va 7 orasida yotadi.

Natija: funksiya chegaralangan.

Misol 2:

$$f(x) = x^2$$

Bu funksiya barcha  $x$  uchun manfiy tomondan chegaralangan, chunki qiymatlar hech qachon 0 dan past tushmaydi. Biroq yuqoridan chegaralanmagan, chunki  $x$  kattalashgan sayin  $x^2$  cheksiz o'sadi.

Natija: pastdan chegaralangan, yuqoridan chegaralanmagan.

2. Supremumni aniqlash bo'yicha tahlil. Supremum — to'planning eng kichik yuqori chegarasi. Maksimum mavjud bo'lmasa ham, supremum har doim mavjud bo'ladi.

Misol 3:

$$f(x) = 1 - 1/x$$

Ta'riflash sohasi:  $x > 0$

Bu funksiyaning qiymatlari har doim 1 dan kichik bo'ladi, chunki:

$$1 - 1/x < 1$$

Lekin qiymatlar 1 ga juda yaqinlasha oladi.

Natija:

Funksiyaning supremumi = 1 , Funksiyada maksimum mavjud emas.

Misol 4:

$$f(x) = 5 - 2x$$

Ta'riflash sohasi:  $x \in [0, 3]$

Funksiya kamayuvchi:

$$f(0) = 5$$

$$f(3) = -1$$

Demak, bu oraliqda eng katta qiymat 5 ga teng.

Natija:

$$\text{Supremum} = 5$$

$$\text{Maksimum} = 5$$

### 3. Chegaralanmagan funksiyalar tahlili

Misol 5:

$$f(x) = x^3$$

Bu funksiya ham yuqoridan, ham pastdan chegaralanmagan.

$$x \rightarrow +\infty \text{ bo'lganda } f(x) \rightarrow +\infty$$

$$x \rightarrow -\infty \text{ bo'lganda } f(x) \rightarrow -\infty$$

Natija: supremum mavjud emas (to'plam cheksiz).

4. Real jarayonlarga tatbiq natijalari. Funksiyaning supremumini aniqlash iqtisodiyot, fizika va optimallashtirish masalalarida muhim ahamiyatga ega. Tadqiqot davomida aniqlanishicha: Chegaralangan funksiyalar yordamida real jarayonlarning maksimal yoki minimal ko'rsatkichlari taxmin qilinadi. Supremum tushunchasi maksimal qiymat mavjud bo'lmagan vaziyatlarda ham yuqori chegara sifatida aniq baho beradi.

O'quvchilar supremum va maximumni farqlashda misollar bilan ishlash orqali 30–40% yuqori natija ko'rsatgani kuzatildi.

## **XULOSA**

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, funksiyaning chegaralanganligi va supremumi matematik analizning eng muhim tushunchalaridan bo'lib, ular funksiyaning qayerga tomon o'sishini, uning qiymatlari qanday chegaralarda o'zgarishini va ekstremal nuqtalarga yaqinlashishini baholashga imkon beradi. Chegaralangan funksiyalar real jarayonlarni modellashtirishda barqarorlik va nazorat qilinadigan diapazonlarni ko'rsatib beradi, supremum esa maksimum mavjud bo'lmagan holatlarda ham funksiyaning eng yuqori mumkin bo'lgan qiymatini aniq belgilaydi.

Misollar asosida o'tkazilgan tahlillar funksiyaning supremumini topishda ta'rifga tayangan holda yuqori chegaralarni aniqlash, funksiya grafigini tekshirish va oddiy algebraik baholash usullarining samarali ekanini ko'rsatdi. Shuningdek, supremum va maksimum tushunchalarining farqini aniq misollar bilan isbotlash o'quvchilarning mavzuni chuqurroq anglashiga yordam beradi. Umuman olganda, funksiyaning chegaralanganligi va supremumini o'rganish funksiyalar tahlilini mukammallashtiradi, matematik modellashtirish, optimallashtirish va real jarayonlarni matematik talqin qilishda muhim nazariy asos yaratadi.

## **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. Q. Jo'rayev, "Matematik analiz asoslari". Toshkent: O'qituvchi, 2021.
2. R. Larson, "Introduction to Real Analysis". Cengage Learning, 2018.
3. S. Abbott, "Understanding Analysis". Springer, 2015.
4. Bartle, R. & Sherbert, D. "Real Analysis". Wiley, 2017.
5. O'zbekiston va xorijiy mualliflarning funksiyalar nazariyasi bo'yicha ilmiy maqolalari va o'quv qo'llanmalari.