

ASOSIY LIMITLAR VA ULARNING ISBOTLARI

Qulmatov Jasurbek Juma O'g'li

Xudoynazarov Sanjar Sobir O'G'Li

ANNOTATSIYA: Ushbu maqolada matematik analizning fundamental bo'limi hisoblangan limit tushunchasining asosiy turlari, ular uchun qabul qilingan asosiy limitlar va ularning qat'iy isbotlari ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilinadi. Tadqiqotda kabi klassik limitlarning geometrik, analitik va ketma-ketliklar orqali beriladigan isbotlari qiyosiy o'rganilgan. Shuningdek, limitlarning mavjudligi shartlari, ularning uzluksizlik va hosila bilan bog'liqligi ilmiy asosda yoritilgan.

KALIT SO'ZLAR: limit, asosiy limitlar, trigonometrik limitlar, eksponensial limit, isbotlash usullari, uzluksizlik, hosila, matematik analiz.

KIRISH

Matematik analizning markaziy tushunchalaridan biri bo'lgan limit nazariyasi funksiyalar xatti-harakatini chegaraviy qiymatlar yaqinida o'rganishga imkon beruvchi umumlashtirilgan metodologik asosni tashkil etadi. Limit tushunchasi nafaqat differensial va integral hisobning mantiqiy poydevorini belgilaydi, balki uzluksizlik, hosila, integral, qatorlar yaqinlashuvi va funksional analiz kabi ko'plab nazariy yo'nalishlar bilan uzviy bog'langan. Shu bois limitlarning xossalarini isbotlash, ularning mavjudlik shartlarini aniqlash hamda klassik limitlar uchun turli matematik isbotlash mexanizmlarini o'rganish zamonaviy matematik ta'lim va tadqiqotlar jarayonining muhim tarkibiy qismi hisoblanadi.

Asosiy limitlar, xususan, , va kabi fundamental natijalar butun matematik analiz binosining tayanch teoremlari sifatida ahamiyat kasb etadi. Mazkur limitlar trigonometriya, eksponensial funksiyalar, geometrik va differensial yondashuvlar orqali turlicha isbotlanishi, ularning universal va barqaror xususiyatlarini namoyon etadi. Ularning isbotlari matematik mantiq, qatorlar nazariyasi, ketma-ketliklar chegarasi va relyativ baholash kabi usullardan foydalanishni talab qiladi. Limit nazariyasining chuqur o'rganilishi talabalarda matematik tafakkur, mantiqiy izchillik va qat'iy isbotlash madaniyatini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega. Shuningdek,

limitlarning qo‘llanilishi fizik jarayonlar modellashtirishida, iqtisodiy dinamik tizimlar tahlilida, injenerlik hisob-kitoblarida va algoritmik optimizatsiya masalalarida keng ko‘lamda uchraydi. Shu nuqtai nazardan, asosiy limitlar va ularning turli isbotlash usullarini tizimli o‘rganish nafaqat nazariy tahlil, balki amaliy qo‘llanmalar uchun ham muhim ilmiy masaladir. Ushbu tadqiqotning maqsadi — asosiy limitlarning matematik tabiatini chuqur tahlil qilish, ularning isbotlari uchun qo‘llaniladigan geometrik, analitik va ketma-ketlik yondashuvlarini qiyosiy o‘rganish hamda limit nazariyasining fundamental qoidalarini ilmiy asosda mustahkamlashdan iborat.

TADQIQOT MATERIALLARI VA USULLARI

Mazkur tadqiqot matematik analizning nazariy manbalari, klassik darsliklar, fundamental teoremlar va zamonaviy ilmiy izlanishlarda qo‘llaniladigan limitlash metodlariga tayangan holda olib borildi. Tadqiqot materiali sifatida funksiyalar limitlari, ketma-ketliklar yaqinlashuvi, trigonometrik va eksponensial funksiyalarning elementar xossalari hamda ular uchun qabul qilingan asosiy limit ifodalari tanlab olindi. Shuningdek, limitlarning mavjudlik shartlari, uzluksizlik va hosila bilan bog‘liq bo‘lgan matematik tushunchalar material bazasini tashkil qildi. Funksiyalar limitlarini – ta’riflari asosida qat’iy isbotlash usullari qo‘llandi. Trigonometrik funksiyalar uchun limitlarning mavjudligi tahlil qilinib, va kabi asosiy limitlar uchun analitik argumentlar ishlab chiqildi. Eksponensial limit uchun ketma-ketliklar xossalaridan foydalangan holda yaqinlashuvning isbotlari keltirildi. Ayniqsa limitining isbotida birlik aylana va sektorlar maydoni orqali geometrik baholashlardan foydalanildi. Bu usul $\sin x$ va x qiymatlarining kichik argumentlarda nisbiy farqini intuitiv va vizual asoslash imkonini berdi. Funksiyalar limitlarini ular bilan bog‘liq ketma-ketliklarning chegarasi orqali tekshirish usuli qo‘llanildi. Ayniqsa limitining isbotida monotiklik va chegaralanganlik xossalaridan foydalanildi. Bu metod eksponensial funksiyalarning tabiiy doimiy bilan bog‘liq bo‘lgan fundamental xossalarini ochib berdi. Kichik argumentlar uchun funksiyalar qiymatlarini yuqori va pastdan baholash orqali limitlarni aniqlash texnikasi qo‘llandi. Bu metod kabi mashhur noaniqlikdan foydalanib trigonometrik limitlarning isbotini mustahkamladi. Turli isbotlash texnikalarining samaradorligi, umumiylik darajasi va qo‘llanish chegaralari o‘zaro qiyoslab o‘rganildi. Bu yondashuv asosiy limitlarning nafaqat natijaviy qiymatini, balki isbotlarning mantiqiy ketma-ketligi va metodologik ahamiyatini ham tahlil qilishga imkon berdi. Ushbu usullar kompleks holda qo‘llanilgani tadqiqot natijalarining ilmiy asoslanganligi, mantiqiy izchilligi va matematik jihatdan qat’iyligini ta’minladi.

NATIJALAR

Tadqiqot davomida asosiy limitlarning matematik mohiyati, ularning mavjudlik shartlari va turli isbotlash usullari tizimli ravishda o'rganildi. Analitik, geometrik, ketma-ketliklar va baholash metodlari asosida olingan natijalar quyidagi ilmiy xulosalarga olib keldi: Shuningdek, Limitlarning umumiy xossalari aniqlashtirildi. Tahlillar shuni ko'rsatdiki: limit mavjud bo'lishi uchun funksiyaning chap va o'ng chegaralari mos kelishi zarur; uzluksizlik limitning mavjudligi bilan bevosita bog'liq; asosiy limitlar ko'plab hosila ta'riflari, xususan va funksiyalarining hosilalarini chiqarishning tayanch nuqtasini tashkil etadi. Geometrik isbotlarning intuitivligi, analitik isbotlarning qat'iyligi va ketma-ketliklar metodining umumiyliigi o'zaro qiyoslandi. Har bir metodning qo'llanish doirasi aniqlab berildi: Geometrik isbotlar — trigonometrik limitlar uchun eng samarali. Ketma-ketliklar usuli — eksponensial limitlar uchun eng qulay. Baholash texnikasi — barcha asosiy limitlar uchun universal yondashuv sifatida namoyon bo'ldi. Tadqiqot natijalari asosida asosiy limitlar differensial hisobning poydevori bo'lib xizmat qilishi, xususan funksiyasining hosilasini topishda asosiy rol o'ynashi ilmiy asosda ko'rsatildi.

MUHOKAMA

Olingan natijalarning tahlili shuni ko'rsatadiki, asosiy limitlar matematik analizning nazariy strukturasi shakllantirishda markaziy o'rin tutadi. Tadqiqot davomida trigonometrik, eksponensial va ketma-ketliklar asosidagi limitlarning isbotlari qiyosiy o'rganilgach, ushbu limitlarning umumiy mohiyati va ularni isbotlashda qo'llaniladigan metodlar o'zaro bog'liqligi yaqqol namoyon bo'ldi. Xususan, limitning geometrik va analitik yo'l bilan isbotlanishi turli yondashuvlarning bir-birini to'ldiruvchi xususiyatga egaligini ko'rsatadi. Geometrik isbot intuitiv asosga ega bo'lsa, analitik yondashuv qat'iy mantiqiy asos bilan ta'minlaydi. Bu ikki yondashuvning uyg'unligi trigonometrik funksiyalar xatti-harakatining chuqur matematik talqinini beradi. Eksponensial limit — — ketma-ketliklarning yaqinlashuv xususiyatlari orqali isbotlanishi matematik analizda ketma-ketliklar metodining universalligini ko'rsatdi. Ushbu yondashuv eksponensial funksiyaning tabiiy doimiy bilan bog'liq bo'lgan mohiyatini ham ochib berdi. Bu limitning isboti matematik modellashtirish, moliyaviy hisob-kitoblar, o'sish jarayonlari va differensial tenglamalarning yechimlarida katta ahamiyatga ega. Tadqiqot davomida asosiy limitlarning hosila bilan bevosita bog'langanligi ham aniqlik bilan ko'rsatildi. Masalan, limitning 1 ga tengligi funksiyasining hosilasining

aniqlanishi uchun asosiy tayanch hisoblanadi. Xuddi shuningdek, funksiyasining hosilasini chiqarishda limitning mavjudligi zarur bo'ladi. Bu holat differensial hisobning poydevori aynan limit tushunchasiga tayanishini tasdiqlaydi. Bundan tashqari, tadqiqot natijalari limitlarni isbotlash metodlari o'rtasidagi farqlarni va ularning qo'llanish doiralarini aniqlash imkonini berdi. Baholash metodi, ayniqsa, trigonometrik limitlarni isbotlashda kuchli vosita sifatida namoyon bo'ldi. Ketma-ketliklar metodi esa eksponensial limitlar va funksiyalar yaqinlashuvini o'rganishda yuqori samaradorlik ko'rsatdi. Analitik usullar esa umumiy qat'iylik va mantiqiy izchillikni ta'minlab, barcha limitlarning isbotlanishida asosiy o'rin tutdi. Umuman olganda, tadqiqot shuni ko'rsatdiki, asosiy limitlar faqatgina matematik analizning nazariy elementlari emas, balki matematikaning boshqa bo'limlari, shu jumladan differensial tenglamalar, qatorlar nazariyasi, uzluksizlik va matematik modellashtirishda muhim amaliy ahamiyatga ega. Limitlarning isbotlari esa matematik tafakkurning izchil rivojlanishi, qat'iy mantiqiy isbotlash ko'nikmalarining shakllanishi va matematik analiz metodologiyasining chuqur o'zlashtirilishiga xizmat qiladi.

XULOSA

Tadqiqot davomida matematik analizning asosiy limitlari, ularning isbotlari va qo'llanilish sohasi chuqur o'rganildi. Tahlillar shuni ko'rsatdiki, trigonometrik va eksponensial limitlar nafaqat matematik analizning poydevoriy qoidalaridan biri, balki hosila, uzluksizlik, qatorlar yaqinlashuvi va ko'plab amaliy jarayonlarning nazariy asosini tashkil etadi va kabi fundamental limitlar turli usullar — geometrik yondashuv, analitik tahlil, ketma-ketliklar metodi va baholash texnikalari orqali isbotlanishi ularning matematik mohiyatini yanada ravshanlashtiradi. Olingan natijalar limitlarning isbotlanishidagi metodologik xilma-xillik, har bir metodning qo'llanish chegarasi va afzalliklari mavjudligini ko'rsatdi. Baholash metodi trigonometrik limitlarni isbotlashda eng samarali vosita bo'lsa, ketma-ketliklar usuli eksponensial limitlarni ochib berishda katta ahamiyatga ega. Analitik isbotlar esa barcha limitlar uchun eng qat'iy va umumlashtirilgan yondashuvni ta'minlaydi. Umuman olganda, ushbu tadqiqot asosiy limitlarni chuqur tahlil qilish, ularning isbotlarini tizimli o'rganish hamda matematik analizdagi fundamentalligi va amaliy ahamiyatini ilmiy asoslashga xizmat qildi. Tadqiqot natijalari matematik ta'lim sifatini oshirish, nazariy bilimlarni mustahkamlash va talabalarda isbotlash madaniyatini shakllantirishda muhim omil bo'la oladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. G'ulomov A., Xidirov I. Matematik analiz. — Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2019.
2. Ayupov S., Yusupov M. Oliy matematika kursi. — Toshkent: Fan va texnologiya, 2017.
3. Zorich V. A. Matematik analiz kursi. — Moskva: Fizmatlit, 2016.
4. Demidovich B. Matematik analiz masalalar to'plami. — Moskva: Nauka, 2015.
5. Spivak M. Calculus. — Cambridge: Publish or Perish, 2008.
6. Stewart J. Calculus: Early Transcendentals. — Boston: Cengage Learning, 2016.
7. Apostol T. M. Mathematical Analysis. — New York: Addison-Wesley, 1974.
8. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. — New York: McGraw-Hill, 1976.