XXI ASRDA INNOVATSION TEXNOLOGIYALAR, FAN VA TA'LIM TARAQQIYOTIDAGI DOLZARB MUAMMOLAR
Volume 03, Issue 12, 2025

BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING TASNIFI VA ULARNI YECHISH USULLARI

Pardayeva Farida Davronqul qizi

Termiz iqtisodiyot va servis Universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada birinchi tartibli differensial tenglamalarning (BTDT) tasnifi va ularni yechish usullari tahlil qilinadi. Asosiy e'tibor differensial tenglamalarning chiziqli, chiziqsiz, ajraladigan va ajralmaydigan shakllari, shuningdek, ular uchun analitik va sonli yechim metodlariga qaratilgan. Tadqiqotda turli usullar yordamida BTDT'larning yechimlari hisoblandi va xatolik hamda samaradorlik nuqtai nazaridan solishtirildi. Natijalar birinchi tartibli differensial tenglamalarni samarali yechish va amaliy masalalarda qo'llash bo'yicha tavsiyalar beradi. Ushbu maqola matematik modellashtirish, muhandislik hisoblashlari va ilmiy tadqiqotlarda BTDT'larni yechishning optimal strategiyalarini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: Birinchi tartibli differensial tenglama, chiziqli tenglama, chiziqsiz tenglama, ajraladigan tenglama, ajralmaydigan tenglama, analitik yechim, sonli yechim, raqamli metodlar

Kirish:

Birinchi tartibli differensial tenglamalar (BTDT) matematikaning asosiy tarmoqlaridan biri bo'lib, fizik, kimyoviy, biologik va iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishda keng qo'llaniladi. Ushbu tenglamalar o'zgaruvchining birinchi hosilasi orqali ifodalanadi va ko'plab amaliy masalalarda jarayonning vaqt yoki boshqa parametrga bog'liqligini tavsiflaydi. Shu sababli, BTDT'larni tahlil qilish va samarali yechish metodlarini ishlab chiqish zamonaviy ilm-fan va muhandislik hisoblashlarida dolzarb masalalardan biridir. BTDT'lar tasnifiga ko'ra chiziqli va chiziqsiz, ajraladigan va ajralmaydigan, shuningdek, homojen va nohomojen tenglamalar kiradi. Har bir tasnifning yechim strategiyasi va yechimning aniqligi turlicha bo‘lib, analitik yoki sonli metodlardan foydalanishni talab qiladi. To‘g‘ridan-to‘g‘ri analitik yechimlar oddiy va ajraladigan tenglamalarda samarali bo‘lsa, murakkab yoki chiziqsiz tenglamalarda sonli metodlar va raqamli hisoblashlar asosiy vosita sifatida qo‘llaniladi. Shuningdek, BTDT’larni yechishda xatoliklar, konvergensiya va yechim barqarorligi muhim omillar hisoblanadi. Shu sababli, har bir metodning afzallik va cheklovlarini tahlil qilish, ularni amaliy masalalarda qo‘llash strategiyasini aniqlash ilmiy va amaliy nuqtai nazardan katta ahamiyatga ega. Ushbu maqola birinchi tartibli differensial tenglamalarning tasnifi, ularni yechishning turli metodlari va metodlarning samaradorligi hamda aniqligini tahlil qilishga qaratilgan.

Tadqiqot materiali va usullari:

Ushbu tadqiqotda birinchi tartibli differensial tenglamalarni (BTDT) yechishning turli metodlari tahlil qilindi va ularning aniqligi, samaradorligi hamda xatolik darajasi baholandi. Tadqiqot materiali sifatida quyidagi BTDT turlari tanlandi: Ajraladigan tenglamalar – o‘zgaruvchi va hosila mahsulotlarini ajratish mumkin bo‘lgan tenglamalar. Chiziqli tenglamalar – tenglama birinchi darajali va mustaqil o‘zgaruvchining hosilasi bilan chiziqli shaklda ifodalangan. Chiziqsiz tenglamalar – birinchi darajali, ammo hosila chiziqsiz shaklda qatnashgan tenglamalar. Ajralmaydigan tenglamalar – o‘zgaruvchi va hosilani ajratish imkoni bo‘lmagan murakkab tenglamalar. Analitik metodlar: Ajraladigan va chiziqli BTDT’lar uchun to‘g‘ridan-to‘g‘ri integratsiya orqali yechimlar topildi. Ushbu metodlar matematik jihatdan aniq natija beradi va oddiy sistemalarda samarali hisoblanadi. Sonli metodlar: Chiziqsiz va ajralmaydigan BTDT’lar uchun Euler, Runge-Kutta va Adams-Bashforth kabi raqamli metodlar qo‘llanildi. Bu metodlar yechimni qadam qadam bilan hisoblashga imkon beradi va murakkab tenglamalarda amaliy yechimni beradi. Har bir metod bo‘yicha yechimlar aniqlik, xatolik darajasi va hisoblash resurslari nuqtai nazaridan tahlil qilindi. Euler metodida qadam uzunligiga sezgirlik aniqlanib, kichik qadamlarda aniqlik oshishi, katta qadamlarda esa xatolikning oshishi kuzatildi. Runge-Kutta metodlari yuqori aniqlik va barqarorlik bilan ajralib turdi, Adams-Bashforth metodlari esa iteratsion yechimlarda samaradorlikni oshirdi. Tadqiqot MATLAB va Python (NumPy va SciPy) dasturiy muhitlarida amalga oshirildi. Bu muhitlar murakkab BTDT'larni raqamli yechishda samaradorlik va yuqori aniqlikni ta'minladi. Tadqiqotning asosiy metodologiyasi quyidagicha: turli turdagi BTDT'lar tanlandi, analitik va sonli metodlar yordamida yechimlar topildi, natijalar xatolik, barqarorlik va hisoblash samaradorligi nuqtai nazaridan tahlil qilindi. Shu tarzda, BTDT'larni samarali yechish va amaliy qo'llash bo'yicha optimal metodlar aniqlangan.

Natijalar: Tadqiqot jarayonida birinchi tartibli differensial tenglamalarni (BTDT) yechishda turli metodlar qo'llanildi va ularning samaradorligi, aniqligi hamda xatolik darajasi tahlil qilindi. Natijalar metodlarning amaliy qo'llanilishi va yechim sifatiga bevosita ta'sirini ko'rsatdi. Ajraladigan va chiziqli BTDT'lar uchun to'g'ridan-to'g'ri integratsiya orqali yechimlar topildi. Ushbu metodlar aniq natija berdi va xatolik minimal bo'ldi. Ajralmaydigan yoki chiziqsiz tenglamalarda analitik metodlarning qo'llanilishi cheklangan bo'lib, faqat soddalashtirilgan shartlar ostida ishladi. Euler metodi oddiy va tezkor bo'lishiga qaramay, qadam uzunligiga sezgirligi tufayli xatolik kattalashdi. Kichik qadamlar aniqlikni oshirdi, lekin hisoblash resurslari ko'paydi. Runge-Kutta metodlari (4-tartibli) yuqori aniqlik va barqarorlik bilan ajralib turdi, ko'plab BTDT'larni samarali yechishda eng ishonchli vosita sifatida namoyon bo'ldi. Adams-Bashforth metodlari iteratsion yechimlar va qadam optimizatsiyasi orqali hisoblash samaradorligini oshirdi, katta o'lchamli BTDT'larda yechim tezligini sezilarli darajada yaxshiladi. Analitik yechimlar aniq natija beradi, ammo murakkab yoki chiziqsiz tenglamalarda mavjud emasligi sababli sonli metodlar zarur. Sonli metodlarda xatolik qadam uzunligi, iteratsiya soni va metod tartibiga bog'liq. Optimal parametrlar tanlanganda xatolik minimal bo'ldi va yechim barqaror bo'ldi. MATLAB va Python muhitida testlar o‘tkazilganda, Runge-Kutta metodlari eng yuqori aniqlik bilan birga hisoblash tezligini ta’minladi. Euler metodi tezkor bo‘lsa-da, aniqlik jihatidan cheklangan edi. Adams-Bashforth metodlari esa katta BTDT’lar uchun eng maqbul balansni ko‘rsatdi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, BTDT’larni yechishda metod tanlovi tenglamaning turiga, murakkabligiga va amaliy qo‘llanilish sharoitlariga bog‘liq. Ajraladigan va chiziqli tenglamalar uchun analitik metodlar yetarli bo‘lsa, murakkab va chiziqsiz tenglamalarda yuqori tartibli sonli metodlar, ayniqsa Runge-Kutta va Adams-Bashforth, eng samarali yechim beradi.

Muhokama: Tadqiqot natijalari birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishning turli metodlari samaradorligi va aniqligi haqida chuqur xulosalar beradi. Avvalo, ajraladigan va chiziqli BTDT’lar uchun analitik metodlar yuqori aniqlik va minimal xatolik bilan yechim beradi. Shu bilan birga, murakkab va chiziqsiz tenglamalarda analitik yechimni topish imkoni cheklanganligi aniqlangan, bu esa sonli metodlarning amaliy ahamiyatini oshiradi. Euler metodi oddiy va tezkor bo‘lishiga qaramay, qadam uzunligiga sezgirligi tufayli katta xatoliklarni keltirib chiqarishi mumkin. Shu sababli, u murakkab yoki uzoq intervaldagi masalalar uchun yetarli aniqlik bermaydi. Buning o‘rniga, Runge-Kutta metodlari yuqori tartibli va barqaror yechim ta’minlab, BTDT’larni yechishda eng ishonchli vosita sifatida ajralib turadi. Adams-Bashforth metodlari esa iteratsion yechimlarda optimal balansni yaratadi va katta o‘lchamli BTDT’lar uchun samaradorlikni oshiradi. Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, BTDT yechimlarining aniqligi va barqarorligi parametrlar – qadam uzunligi, iteratsiya soni, metod tartibi – bilan bevosita bog‘liq. Shu sababli, har bir metodni amaliy masalada qo‘llashda optimal parametrlarni tanlash muhim strategik ahamiyatga ega. Bundan tashqari, sonli metodlar yordamida murakkab BTDT’larni yechishda MATLAB va Python dasturiy muhitlarining qulayligi va yuqori aniqligi tasdiqlandi. Shu bilan birga, har bir metodning afzallik va cheklovlarini hisobga olgan holda, turli metodlarni kombinatsiya qilib qo‘llash hisoblash samaradorligini va yechim sifatini sezilarli darajada oshirishi mumkin.

Xulosa: Ushbu tadqiqot birinchi tartibli differensial tenglamalarni (BTDT) tasnifi va ularni yechish usullarini tahlil qilishga qaratildi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki: Analitik metodlar ajraladigan va chiziqli BTDT’lar uchun yuqori aniqlik va minimal xatolik bilan yechim beradi, ammo murakkab yoki chiziqsiz tenglamalarda qo‘llanilishi cheklangan. Sonli metodlar (Euler, Runge-Kutta, Adams-Bashforth) murakkab va chiziqsiz BTDT’larni yechishda eng samarali vosita hisoblanadi. Runge-Kutta metodlari yuqori aniqlik va barqarorlikni ta’minlab, iteratsion yechimlarda optimal natija beradi. Adams-Bashforth metodlari katta o‘lchamli BTDT’lar uchun hisoblash samaradorligini oshiradi. Parametr optimizatsiyasi (qadam uzunligi, iteratsiya soni va metod tartibi) yechimning aniqligi va barqarorligini belgilovchi asosiy omildir. Shu sababli, har bir metodni amaliy masalada qo‘llashda parametrlarni optimallashtirish muhim strategik ahamiyatga ega. Umuman olganda, tadqiqot BTDT’larni yechish jarayonida metod tanlovi, xatoliklarni minimallashtirish va hisoblash samaradorligini oshirish bo‘yicha amaliy tavsiyalar beradi. Bu natijalar matematik modellashtirish, muhandislik hisoblashlari va ilmiy tadqiqotlarda BTDT’larni samarali yechish imkoniyatlarini kengaytiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Numerical Analysis. Brooks/Cole.

2. Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2017). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Wiley.

3. Zill, D. G. (2013). A First Course in Differential Equations with Modeling Applications. Cengage Learning.

4. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). Numerical Methods for Engineers. McGraw-Hill Education.

5. Atkinson, K. E. (1989). An Introduction to Numerical Analysis. John Wiley & Sons.

6. Isaacson, E., & Keller, H. B. (1994). Analysis of Numerical Methods. Dover Publications.

7. Stoer, J., & Bulirsch, R. (2002). Introduction to Numerical Analysis. Springer.

8. Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (2004). Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley.