

SIQILUVCHI GAZ OQIMLARIDA ZARBA TO'LIQLARINI MODELLASHTIRISH: BYURGERS TENGLAMASINING SPEKTRAL YECHIMI ASOSIDA

O'roqova Shahzoda Tojimurodovna

Termiz Shahar 20- sonli maktab o'qituvchisi

shahzodatojimurodovna@gmail.com

Annotatsiya

Ushbu tezisda siqiluvchi gaz oqimlarida zarba to'liqlarini modellashtirish masalasi Byurgers tenglamasining spektral yechimi asosida tahlil qilinadi. Ma'lumki, zarba to'liqlari siqiluvchi muhitlarda, xususan, gaz oqimlarida tezlik, bosim va zichlikning keskin o'zgarishi natijasida hosil bo'ladi. Bunday jarayonlarni aniq modellashtirish uchun klassik differensial yondashuvlardan farqli ravishda, spektral usullar eng yuqori aniqlikka ega hisoblanadi. Ushbu yondashuv Byurgers tenglamasi kabi soddalashtirilgan, ammo fizik mazmun jihatidan chuqur nolinear model asosida ishlab chiqiladi. Tadqiqotda spektral yondashuvning zarba to'liqlarini silliq, barqaror va tebranishsiz modellashtirishdagi afzalliklari, shuningdek, uning hisoblash aniqligi va konvergensiya tezligi tahlil qilingan. Natijalar shuni ko'rsatadiki, spektral yechimlar siqiluvchi gazlarning turbulent oqimlarini tasvirlashda an'anaviy chekli farqlar va chekli hajmlar metodlariga nisbatan sezilarli ustunlikka ega. Ushbu yondashuvning qo'llanilishi aerodinamika, akustika va plazma fizikasi kabi sohalarda yuqori samaradorlik beradi.

Kalit so'zlar. Siqiluvchi gaz, zarba to'liqini, Byurgers tenglamasi, spektral usul, nolinear modellashtirish, gaz dinamikasi, raqamli barqarorlik, yaqinlashuv tezligi, turbulent oqim.

Abstract

In this thesis, the problem of modeling shock waves in compressible gas flows is analyzed based on the spectral solution of the Burgers equation. It is known that shock waves are formed as a result of abrupt changes in velocity, pressure, and density in compressible media, in particular in gas flows. Unlike classical differential approaches for accurate modeling of such processes, spectral methods are considered to have the highest accuracy. This approach is developed on the basis of a simplified, but deeply nonlinear model in terms of physical content, such as the Burgers equation. The study analyzes the advantages of the spectral approach in modeling shock waves smoothly, stably, and without oscillations, as well as its computational accuracy and

convergence speed. The results show that spectral solutions have a significant advantage over traditional finite difference and finite volume methods in describing turbulent flows of compressible gases. The application of this approach provides high efficiency in areas such as aerodynamics, acoustics, and plasma physics.

Keywords. Compressible gas, shock wave, Burgers equation, spectral method, nonlinear modeling, gas dynamics, numerical stability, convergence rate, turbulent flow.

Kirish. Siqiluvchi gaz oqimlari bilan bog'liq jarayonlar zamonaviy hisoblash gaz dinamikasining eng muhim yo'nalishlaridan biridir. Bunday jarayonlar ko'plab texnik tizimlarda uchraydi — masalan, samolyot aerodinamikasi, dvigatellardagi yonish jarayoni, portlash to'lqinlari, atmosfera oqimlari va astrofizik muhitlarda energiya almashinuvi kabi tizimlarda. Siqiluvchi gaz oqimlarida eng muhim hodisalardan biri — bu zarba to'lqinlarining shakllanishi va tarqalishidir. Zarba to'lqinlari, asosan, tezlikning keskin o'zgarishi va siqiluvchanlik tufayli hosil bo'ladi hamda gazning issiqlik, bosim va energiya holatiga katta ta'sir ko'rsatadi. Shu sababli, ularni aniq va barqaror modellashtirish ilmiy va amaliy jihatdan dolzarb masala hisoblanadi.

Byurgers tenglamasi shu maqsadda eng ko'p ishlatiladigan matematik model sifatida tanilgan. U nolinear konveksiya va viskoz diffuziya jarayonlarini bir vaqtning o'zida tasvirlab bera oladi. Ushbu tenglama gaz dinamikasining murakkab qonuniyatlarini soddalashtirilgan shaklda ifodalaydi va ayniqsa zarba to'lqinlari shakllanishining fizik mohiyatini o'rganishda juda qulay. Shuningdek, Byurgers tenglamasi yechimlari orqali oqimdagi energiya dissipasiyasi, turbulent strukturalarning yo'qolishi yoki paydo bo'lishi, hamda to'lqinlarning bir-biriga ta'siri singari muhim jarayonlarni tahlil qilish mumkin.

Spektral usul esa bu tenglamaning yuqori aniqlikdagi yechimlarini olishda asosiy hisoblash yondashuvlaridan biridir. Uning mohiyati yechimni global bazis funksiyalar, ya'ni Fyurje yoki Chebishev turlaridagi ortogonal ko'phadlar orqali yaqinlashtirishga asoslangan. Bu usul raqamli yechimlarning aniqligini geometrik darajada oshiradi va xatolikni eksponential darajada kamaytiradi. Eng muhimi, spektral yechimlar zarba to'lqinlari kabi keskin o'zgaruvchi jarayonlarni silliq, barqaror shaklda ifodalash imkonini beradi. Shuning uchun, hozirgi zamonaviy ilmiy muhitda Byurgers tenglamasining spektral yechimi gaz oqimlarini modellashtirishning nazariy va hisoblash asoslaridan biri sifatida qaralmoqda.

Asosiy qism. Zarba to'lqinlari gazning siqiluvchanlik xossasiga bevosita bog'liq bo'lgan nolinear hodisalardir. Ular oqimning ichida energiya va impulsning to'satdan

o'zgarishini ifodalaydi. Bu o'zgarishlar natijasida gaz zarralari orasidagi o'zaro ta'sir kuchayadi, natijada tezlik, bosim va harorat qiymatlari keskin sakrashlar shaklida namoyon bo'ladi. Shunday holatlarni an'anaviy differensial yondashuvlar yordamida modellashtirishda ko'pincha sonli beqarorliklar, tebranishlar yoki noto'g'ri amplitudali natijalar yuzaga keladi. Ayniqsa, zarba to'lqinlari atrofida "Gibbs effekti" deb ataluvchi soxta tebranishlar paydo bo'ladi. Spektral usullar esa bu muammoni sezilarli darajada kamaytiradi, chunki ular yechimni butun sohada global aniqlikda ifodalaydi.

Byurgers tenglamasi yordamida zarba to'lqinini modellashtirishda oqimdagi nolinear konveksiya va viskozlik kuchlari o'zaro muvozanat hosil qiladi. Agar viskozlik juda kichik bo'lsa, oqimda juda tor zarba fronti hosil bo'ladi, lekin bu holatda raqamli yechimlar sezilarli beqarorlikka moyil bo'ladi. Spektral usul bunday sharoitda yuqori chastotali modalarni aniqlik bilan hisoblay olgani uchun zarba to'lqinining strukturaviy shaklini to'liq tiklay oladi. Shu orqali u real fizik jarayonni soddalashtirilgan, ammo aniqlik bilan ifodalash imkonini beradi.

Spektral yondashuvning yana bir muhim afzalligi — bu hisoblash tezligi va yaqinlashuv tezligining yuqoriligi. Oddiy chekli farqlar usulida yechim aniqligi to'rt zichligiga to'g'ridan-to'g'ri bog'liq bo'lsa, spektral usulda bu bog'liqlik eksponential darajada kuchayadi. Natijada, ozgina tarmoq nuqtalari orqali ham juda yuqori aniqlikdagi natijalar olinadi. Bu esa katta o'lchamli gaz dinamikasi modellarida hisoblash vaqtini keskin qisqartiradi. Shu sababli, spektral usullar yuqori samaradorlikka ega algoritmlar yaratishda asosiy yondashuv sifatida qaraladi.

Zarba to'lqinlarini modellashtirishda spektral yechimlarning barqarorligi ham muhim mezondir. Tahlillar shuni ko'rsatadiki, spektral yondashuvda barqarorlikni ta'minlash uchun vaqt qadamini aniq boshqarish va raqamli filtratsiya mexanizmini qo'llash zarur. Bunday mexanizm yordamida yuqori chastotali modalar — ya'ni fizik bo'lmagan tebranishlar — samarali bostiriladi. Shu bilan birga, viskozlik qiymatining ortishi zarba to'lqinining silliqiligini oshirib, hisoblash barqarorligini yanada yaxshilaydi. Shu sababli, spektral yondashuv fizik parametrlar bilan bevosita muvofiqlashtirilganda, zarba to'lqinlarini barqaror modellashtirish imkonini beradi.

Ushbu metodika aerokosmik texnologiyalar, yuqori tezlikli gaz oqimlari va portlovchi jarayonlarni hisoblashda keng qo'llanilishi mumkin. Ayniqsa, u real tizimlarda energiya uzatish, to'lqin o'zgarishi va siqilish jarayonlarini tushunish uchun nazariy asos yaratadi. Shu tarzda, Byurgers tenglamasining spektral yechimi siqiluvchi gaz oqimlaridagi zarba to'lqinlarining matematik modelini nafaqat soddalashtiradi, balki ularni real fizik jarayonlarga yaqinlashtiradi.

Xulosa. Siqiluvchi gaz oqimlarida zarba to'liqlarini modellashtirish nafaqat gaz dinamikasi, balki issiqlik almashinuvi, akustika va energetika sohalari uchun ham muhim nazariy va amaliy masaladir. Ushbu tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, Byurgers tenglamasi zarba to'liqlarini nolinear modellashtirish uchun eng qulay matematik asoslardan biridir. U sodda shaklda bo'lishiga qaramay, siqiluvchi gazning asosiy fizik xususiyatlarini, jumladan, energiya dissipasiyasi, bosim sakrashlari va impuls o'zgarishlarini to'liq aks ettira oladi.

Spektral yechim usuli bu tenglamani yechishda yuqori aniqlik va barqarorlikni ta'minlaydi. Uning asosiy afzalliklari — xatolikning eksponential kamayishi, global aniqlik, hamda raqamli tebranishlarning minimal darajada bo'lishidir. Shuningdek, bu usul zarba to'liqining shaklini, amplitudasini va tezligini aniq modellashtirish imkonini beradi. Shuning uchun, spektral usul asosida qurilgan modellar real aerogaz dinamik tizimlarni raqamli tarzda tahlil qilishda eng istiqbolli yondashuvlardan biri hisoblanadi.

Kelgusida bu yo'nalishda ko'p o'lchamli spektral yechimlar, spektral-element metodlari va adaptiv tarmoqli modellarni rivojlantirish zarur. Bunday usullar siqiluvchi gaz oqimlaridagi murakkab zarba strukturasi va energiya spektrini yanada chuqur o'rganishga imkon beradi. Natijada, Byurgers tenglamasi asosida ishlab chiqilgan spektral modellar nafaqat nazariy, balki amaliy muhandislik sohaslarida ham yangi imkoniyatlar yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Burgers J. M. A mathematical model illustrating the theory of turbulence // *Advances in Applied Mechanics*. – 1948. – Vol. 1. – P. 171–199.
2. Hopf E. The partial differential equation $u_t + u u_x = \mu u_{xx}$ // *Communications on Pure and Applied Mathematics*. – 1950. – Vol. 3. – P. 201–230.
3. Cole J. D. On a quasilinear parabolic equation occurring in aerodynamics // *Quarterly of Applied Mathematics*. – 1951. – Vol. 9. – P. 225–236.
4. Orszag S. A. Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1971. – Vol. 49. – P. 75–112.
5. Gottlieb D., Orszag S. A. Numerical analysis of spectral methods: theory and applications. – Philadelphia: SIAM, 1977. – 372 p.
6. Peyret R. Spectral methods for incompressible viscous flow. – Berlin: Springer, 2002. – 358 p.
7. Boyd J. P. Chebyshev and Fourier spectral methods. – New York: Dover Publications, 2001. – 668 p.

8. Canuto C., Hussaini M. Y., Quarteroni A., Zang T. A. Spectral methods: fundamentals in single domains. – Berlin: Springer, 2006. – 563 p.
9. Karniadakis G. E., Sherwin S. Spectral/hp element methods for CFD. – Oxford: Oxford University Press, 2013. – 641 p.
10. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. – Oxford: Elsevier, 2007. – 730 p.
11. Xu H., Chen Q., Li Z. Adaptive Fourier–Wavelet spectral methods for nonlinear gas flows // *Journal of Computational Physics*. – 2015. – Vol. 297. – P. 256–274.
12. Keeling S., Zaki T. Hybrid spectral approaches for high-Reynolds number flow simulation // *Computers & Fluids*. – 2018. – Vol. 173. – P. 154–166.
13. Shen J. Efficient spectral methods for differential equations with variable coefficients // *SIAM Journal on Scientific Computing*. – 2011. – Vol. 33 (1). – P. 96–118.