Ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarni Monte-Karlo, Runge-Kutt hamda Eyler usullari yordamida yechishning takomillashgan yo'llari.

Davranov Mirziyod Jaloliddin o'g'li
Muhammad al Xorazmiy nomidagi TATU Samarqand filiali "Axborot komunikatsiya texnologiyalari va kasb talimi" fakultet Axborot komunikatsiya texnologiyalari va kasb talimi 101-guruhi talabasi.
Ilmiy rahbar TATU Samarqand filiali professori,fizika-matematika fanlar doktori.
Indiaminov Ravshan Shukurovich.

Anotatsiya: Ushbu maqola Ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishda zamonaviy dasturiy vositalardan foydalanish hamda Monte-Karlo usuli, Runge-Kutt usuli, Eyler usuli va kollokatsiya usullarini c++ dasturlash tili orqali yechishga qaratilgan.

Kalit so'zlar: Monte-Karlo usuli, Runge Kutt usuli, integral, Eyler usuli, Koshi masalasi, "Progonka", kollokatsiya usuli,Laplas usuli, tebranishlar,issiqlik o'tkazuvchanligi.

Differensial tenglamalarni yechishda Monte-Karlo usuli samarali usul hisoblanadi.Monte-Karlo usulini integrallarni hisoblashda qo'llaymiz.

1).Hisoblashning absolyut hatoligini hisoblaymiz.

2). Hatolikning yuqori chegarsini $\sigma = a$ bo'lishini va $\gamma = b$ ishonchlilik bilan ta'minlaydigan sinovlarning eng kichik sonji topamiz.

Natijani quyidagi formula orqali hisoblaymiz:

$$\int_a^b \varphi(x)dx \sim \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n}\varphi(x_i)$$

Bu yerda mumkin bo'lgan x_i qiymatlarni : $x_i = a + (b-a)r_i$ dan topamiz; r_i qiymatlarini tasodifiy tarzda olamiz va 10^{-3}aniqlikda olamiz va natijalarni hisoblaymiz.

Misol: $\int_1^2 (2x+1)dx$ integralni Monte-Karlo usuli bilan hisoblayman.

$$\int_a^b \varphi(x)dx \sim \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n}\varphi(x_i)$$

Ushbu formuladan a=1, b=2, $\varphi(x) = 2x + 1$ hamda n=10 deb olamiz va hisoblaymiz. U holda tenglama quyidagi ko'rinishga keladi.

$$\int_1^2 (2x+1)dx \sim \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(2x_i+1)$$

Hosil bo'lgan ko'rinishdan x_i qiymatlarni quyidagi formula orqali topamiz.

$x_i = a + (b-a)r_i$ bu yerda r_i sonlar tasodifiy tarzda olinadi va verguldan so'ng uch xona aniqlikda hisoblaydi.

Sinovlar natijasini quyidagi jadvalga keltiramiz:

i	$r^0{}_i$	$x_i = 1 + r_i$	$2x_i = 2 + 2r_i$	$\varphi(x_i) = 2x_i + 1$
1	0.110	1.110	2.220	3.220
2	0.876	1.876	3.752	4.752
3	0.567	1.567	3.134	4.134
4	0.537	1.537	3.074	4.074
5	0.634	1.634	3.268	4.268
6	0.201	1.201	2.402	3.402
7	0.628	1.628	3.256	4.256
8	0.987	1.987	3.974	4.974
9	0.199	1.199	2.398	3.398
10	0.456	1.456	2.912	3.912

$\sum_{i=1}^{10}\big(\varphi(x_i)\big) = 40.39$

Demak izlanayotgan integral,

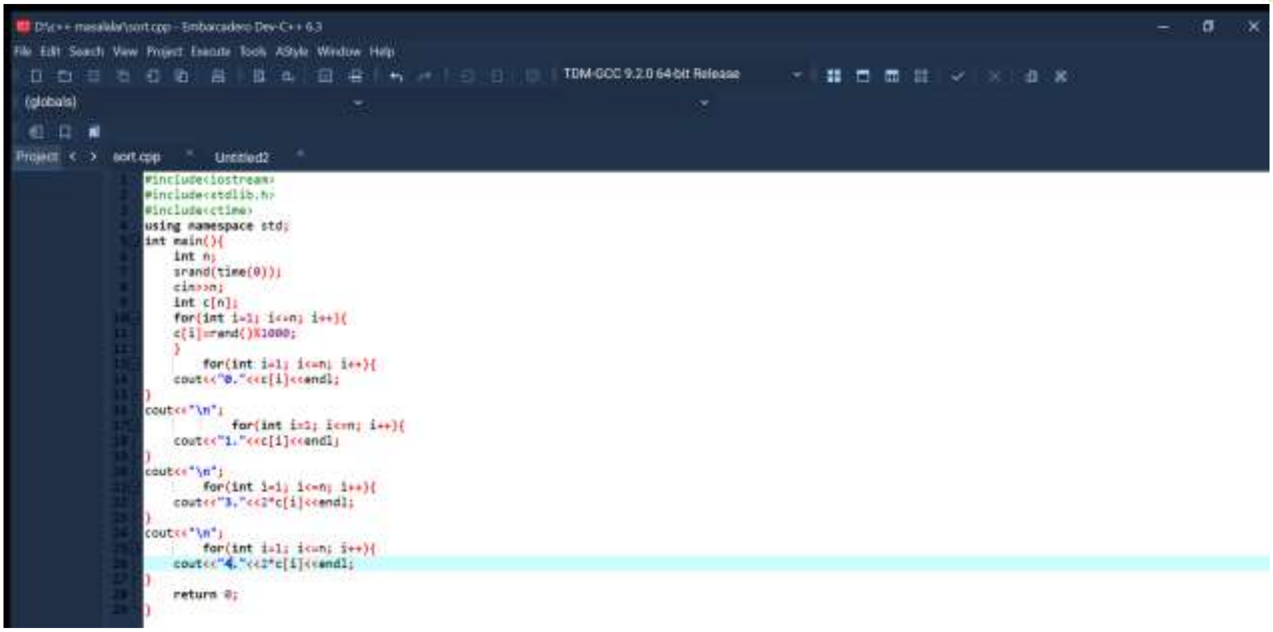
$$\int_1^2 (2x+1)dx \sim \frac{1}{10} * 40.39 = 4.039$$

a)Integralni aniq qiymati:

$$\int_1^2 (2x+1)dx = 4$$

Shu sababli absolyut hatolik : 4.039-4=0.039;

Nisbiy hatolik $\frac{0.039}{4}100\% = 0.975\%$ bu aniqlilik ya'ni yuqori aniqlilik hisoblanadi va ko'pgina integral hisoblashlarni Monte-Korlo usulida ishlashlikni avfzal ko'rishadi.BU jadvalni ishlanmasini Dev c++ dasturlash tili orqali ishlaymiz.



Bu jadval yuqoridagi jadval asosida yaratilgan faqat ustunlar tagma-tag joylangan hisoblanadi.

Oddiy differensial tenglama uchun Koshi masalasini Eyler usuli bilan yechishda integral siniq chiziqlarni takomillashgan usulini ko'rib chiqamiz. Koshi masalasini yechishning eng oddiy usuli Eyler usulidir.

Keling, qadamlarni tanlaymiz va umumiy yechimga olib boruvchi yo'lni umumlashtiramiz. Eyler usuli tarmoq tugunlarida funksiyaning taxminiy qiymatlarini hisoblab chiqish uchun eng qulay usullardan biridir:. Hosilani segmentlar bo'yicha cheklangan farqlar bilan almashtirib, biz taxminan tenglikni qo'lga kiritamiz, uni quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$y_{i+1} = y_i + h * f(x_{i+\frac{1}{2}}, y_{i+\frac{1}{2}})$$

Bu formulalar va dastlabki shart **Eyler usulining hisoblashni takomillashgan formulasi.**

Eyler usulining bir qadamining geometrik talqini shundan iboratki, segmentdagi yechim shu nuqtadan o'tuvchi integral egri chiziqqa nuqtada chizilgan tangens bilan almashtiriladi. Bosqichlarni bajargandan so'ng, noma'lum koeffitsientni egri chiziq singan chiziq bilan almashtiriladi **(Eylerning siniq chizig'i).**

Hato taxmini. Eyler usulining xatosini baholash uchun quyidagi teoremadan foydalanamiz.

Eyler usulining xatosini baholash ko'pincha qiyin, chunki u funktsiyaning hosilalarini hisoblashni talab qiladi. Xatoning taxminiy bahosi tomonidan berilgan **Runge qoidasi (ikki marta hisoblash qoidasi),** Bu aniqlikning 12-chi darajaga ega bo'lgan turli xil bir bosqichli usullar uchun ishlatiladi. Runge qoidasi quyidagicha. Qadam bilan olingan yaqinlashishlar yarim qadamlar bilan olingan tengliklar bilan o'zaro teng bo'lsin. Keyin taxminiy tenglik to'g'ri bo'ladi:

$$y_{i+\frac{1}{2}} = y_i + \frac{h}{2} f(x_i, y_i)$$

Shunday qilib, qadam bilan bir bosqichli usulning hatosini baholash uchun siz qadamlar bilan bir xil yechimni topishingiz kerak, oxirgi formulada o'ngdagi qiymatni hisoblang, ya'ni Eyler usuli birinchi aniqlik tartibiga ega bo'lgani uchun, ya'ni, taxminiy tenglik ko'rinishga ega.

Runge qoidasidan foydalanib, belgilangan aniqlik bilan Koshi muammosining yechimini taxminiy hisoblash tartibini qurish mumkin. . Buning uchun ma'lum bir qadam qiymati bilan hisob-kitoblarni boshlash kerak, har safar taxminiy qiymatni hisoblab, bu qiymatni ikki baravar kamaytiring, . Shart bajarilganda hisob-kitoblar to'xtaydi. Eyler usuli uchun bu shart quyidagi shaklni oladi. Taxminiy yechim qiymatlar bo'ladi .

Runge-Kutt usuli.

Eyler usuli boshlang'ich shartlari bilan berilgan differensial tenglamani(Koshi masalasi) sonli yechimining eng sodda va birinchi tartibli aniqlilikdagi usulidir.

Runge-Kutt usuli yuqori aniqlilikdagi usullardan biridir.$[x_0, x]$ kesmada

$$y(x_0) = y_0$$

Boshlang'ich shartlari bilan berilgan

$y' = f(x, y)$ tenglamaning sonli yechimini topsih talab qilinsin. Bu kesmada

$$x_i = x_0 + ih$$

(bu yerda i=1,n va $h = \frac{x - x_0}{n}$ integral qadami), nuqtalar bilan n ta teng bo'lakka bo'lamiz.

$$y_{i+1} = y_i + \sum_{s=1}^{q} A_s k_s^i$$

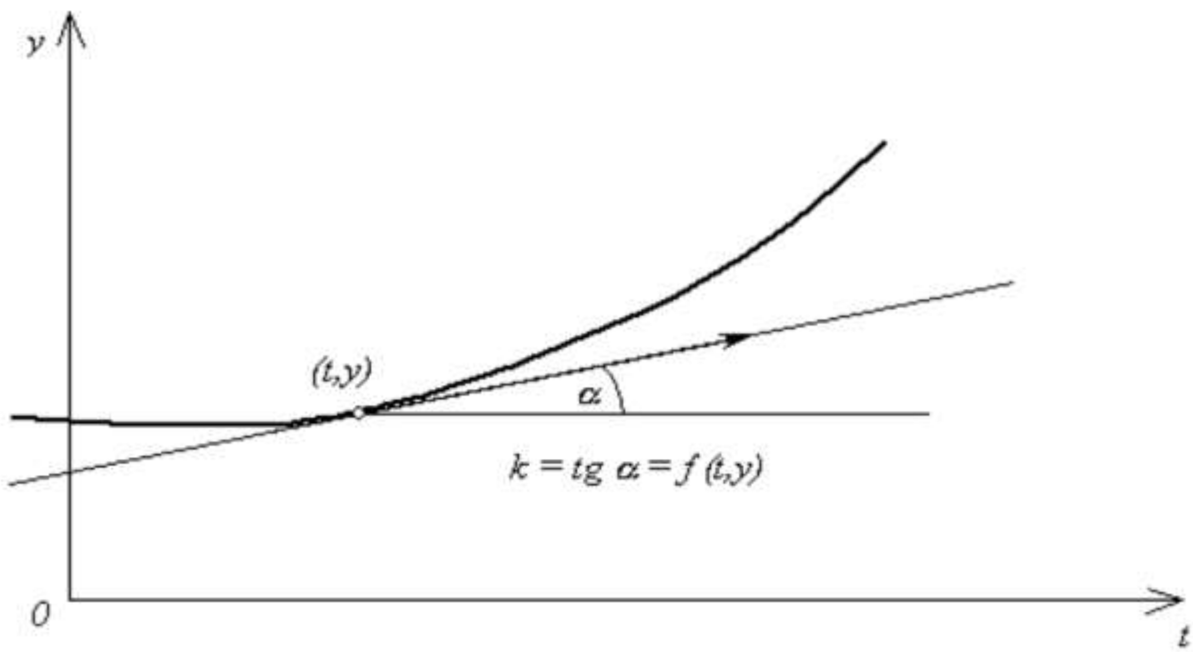
Ko'rinishda izlashdan iborat bo'lib, bu yerda

$$k_1^i = hf(x_i, y_i),$$
$$k_2^i = hf(x_i + \propto_2 h; y_i + \beta_2 h_i),$$
$$k_3^i = hf(x_i + \propto_3 h; y_i + \beta_{31} k_1 + \beta_{32} k_2),$$
$$k_4^i = hf(x_i + \propto_4 h; y_i + \beta_{41} k_1 + \beta_{42} k_2 + \beta_{43} k_3),$$

. . . .

$$k_q^i = hf\left(x_i + \propto_q h; y_i + \beta_{q1} k_1 + \beta_{q2} k_2 + \beta_{q3} k_3 + . \quad . \quad . \quad . + \beta_{q,q-1} k_{q-1}\right),$$

Runge-Kutt usuli yordamida turli tartibli aniqlikdagi sxemalarni grafiklar yordamida tuzish mumkin.



Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1) Soatov Yo.U . Oliy matematika:Oliy texnika o'quv yurtlari talabalari uchun darslik; 5-Jild / Tahrir hayati:E.M.Xusanboev(ma'sul), A,Omonov, A.Abdukarimov, R.J.Isomov/ -T,: "O'qituvchi", 1997.-352 b.

2) Y.P.Oppog'ov. N.Turg'unov, I.A.Safarov. Oddiy differensial tenglamalardan misol va masalalar to'plami,-T.,2009

3) Sh.I.Tojiev, Oliy matematikadan masalarni yechish,-T.,"O'zbekiston",2002.

4) Yo.U.Soatov,Oliy matematika II tom.-T., "O'qituvchi", 1992.

5) Yo.U.Soatov,Oliy matematika III tom.-T., "O'qituvchi", 1992.

6) Sh.R. Xurramov Oliy matematika. Oliy ta'lim muassasalari uchun o'quv qo'llanma . 2-jild,-T.,"Fan va texnologiyalar", 2015, 300-bet.