

SONLI HISOBLASH USULLARI: NAZARIY ASOSLARI VA TASNIFI

Abduxamidov S.K.

O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti, Tashkent, 100125 Uzbekistan

Annotatsiya: Mazkur maqolada sonli hisoblash usullarining nazariy asoslari, ularning matematik modelga asoslangan yechim topishdagi roli hamda klassifikatsiyasi keng yoritilgan. Sonli usullar, ayniqsa, murakkab differensial tenglamalarni analitik usulda yechish imkoni bo'lmagan holatlarda muhim ahamiyat kasb etadi. Asosiy sonli usullar — chekli ayirmalar usuli, chekli elementlar usuli va chekli hajmlar usuli — ularning afzalliklari, qo'llanish sohalari va cheklovlari kontekstida ko'rib chiqiladi. Shuningdek, maqolada sonli yondashuvlarning barqarorlik, yaqinlik va konvergentlik xususiyatlari muhokama qilinadi. Ushbu tadqiqot talabalarga, tadqiqotchilarga va muhandislarga sonli metodlarning amaliyotdagi o'rni va ahamiyatini tushunishda yordam beradi.

Kalit so'zlar: Sonli hisoblash, differensial tenglamalar, chekli ayirmalar usuli(FDM), chekli elementlar usuli (FEM), chekli hajmlar usuli (FVM), konvergentlik, barqarorlik, yaqinlik, matematik model, algoritim.

Kirish

Zamonaviy fan va texnika taraqqiyoti sonli hisoblash usullarining ahamiyatini yanada oshirmoqda. An'anaviy analitik usullar ko'plab fizik, mexanik, texnologik va muhandislik masalalarini hal qilishda yetarli bo'lmagan hollarda, sonli hisoblash yondashuvlari muqobil sifatida qo'llanilmoqda. Ayniqsa, differensial tenglamalar orqali ifodalangan jarayonlar (issiqlik uzatish, suyuqliklar harakati, deformatsiyalar va boshqalar) uchun aniq yechim topish murakkabligi sababli, ularni taxminiy, ya'ni sonli yondashuvlar yordamida yechish keng qo'llanilmoqda.

Sonli usullar differensial tenglamalarni sonli ko'rinishga keltirish, ularni kompyuter orqali hisoblash va amaliyotga tatbiq etish imkonini beradi. Bu borada eng keng tarqalgan metodlar — chekli ayirmalar usuli (FDM), chekli elementlar usuli (FEM) va chekli hajmlar usuli (FVM) — alohida o'rin tutadi. Har bir usulning o'ziga xos afzalliklari, qo'llanilish shartlari va natijaning aniqligi nuqtai nazaridan farqlari mavjud.

Mazkur maqolada ushbu usullarning nazariy asoslari, ularning farqlari va tasnifi yoritiladi hamda amaliy masalalarda qo'llanilish imkoniyatlari tahlil qilinadi.

Sonli hisoblash usullarining nazariy asoslari

Sonli hisoblash usullari matematik modellashtirishning muhim bo'g'inidir. Bu usullar orqali murakkab differensial yoki integral tenglamalar tizimi kompyuter orqali yechilishi mumkin bo'lgan algebraik tenglamalarga aylantiriladi. Sonli metodlarning asosiy maqsadi — masalaning analitik yechimini yaqinlashtirilgan qiymatlar orqali aniqlashdir. Har bir sonli usul quyidagi xossalarga ega bo'lishi kerak:

Yaqinlik (approximation) – sonli yechim haqiqiy yechimga yaqin bo'lishi;

Barqarorlik (stability) – kichik o'zgarishlar natijaga sezilarli ta'sir qilmasligi;

Konvergentlik (convergence) – hisoblashlar takomillashgan sari natijaning haqiqiy yechimga yaqinlashuvi.

Asosiy sonli usullar

Sonli hisoblash usullari orasida eng keng tarqalganlari quyidagilardir:

Chekli ayirmalar usuli (FDM – Finite Difference Method): Bu usulda differensial operatorlar farqlar operatorlari bilan almashtiriladi. Odatda muntazam to'rtburchakli strukturalarida qo'llaniladi. Issiqlik uzatish yoki diffuziya masalalarida keng foydalaniladi.

Chekli elementlar usuli (FEM – Finite Element Method): Geometrik jihatdan murakkab sohalarda eng qulay usul bo'lib, masalani elementlarga bo'lish orqali yechim olinadi. Har bir elementda yechim interpolatsiya funksiyasi orqali ifodalanadi. Strukturaviy muhandislik, termik tahlillar va elastiklik nazariyasida samarali qo'llaniladi.

Chekli hajmlar usuli (FVM – Finite Volume Method): Bu usul asosan suyuqliklar dinamikasi (CFD)da qo'llaniladi. Unda hisoblash sohalari hajmlarga bo'linadi va har bir hajmga modda saqlanish qonunlari qo'llaniladi.

Sonli usullarning tasnifi

Sonli hisoblash usullarini bir nechta mezonlar asosida tasniflash mumkin:

Model asosida: Statik, dinamik, chiziqli, chiziqsiz masalalar uchun usullar;

To'rtburchakli tuzilmasiga ko'ra: Muntazam (structured) va nomuntazam (unstructured) to'rtburchakli asosidagi usullar;

Vaqt o'lchoviga ko'ra: Statsionar (vaqtdan bog'liq bo'lmagan) va nostatsionar (vaqtdan bog'liq) usullar;

Yechim uslubiga ko'ra: To'g'ridan-to'g'ri (direct) va iteratsion (iteration) usullar.

Xulosa

Sonli hisoblash usullari zamonaviy ilmiy va muhandislik masalalarini yechishda muhim vosita bo'lib xizmat qilmoqda. Analitik yechim topish qiyin yoki imkonsiz bo'lgan holatlarda sonli metodlar yordamida yaqinlashtirilgan, lekin amaliyotda yetarli darajada aniq bo'lgan natijalarga erishish mumkin. Maqolada ko'rib chiqilgan chekli ayirmalar, chekli elementlar va chekli hajmlar usullari o'zaro farqli tamoyillarga ega bo'lishiga qaramay, har biri ma'lum turdagi masalalar uchun optimal yechim taklif qiladi.

Ushbu usullarning nazariy asoslarini chuqur o'rganish, ularning barqarorlik, yaqinlik va konvergentlik shartlarini hisobga olgan holda tanlanishi ilmiy tadqiqotlarda va sanoat sohalarida aniq va ishonchli natijalar olishga xizmat qiladi. Shuningdek, bu usullarni zamonaviy dasturiy vositalar bilan uyg'unlashtirib qo'llash orqali hisoblash jarayonini avtomatlashtirish va samaradorligini oshirish mumkin.

Kelgusida bu sohadagi izlanishlar yangi algoritmlar, optimallashtirilgan to'r tuzilmalari hamda yuqori tezlikda ishlovchi kompyuter dasturlarini yaratish yo'nalishida davom etishi zarur.

Adabiyotlar ro'yxati:

1. Самарский А.А., Гулиев Ж.А. Введение в теорию конечных разностей. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
2. Страусс В.Л. Численные методы: Учебник для вузов. – М.: Физматлит, 2005. – 416 с.
3. Чаплыгин С.А., Савельев А.А. Основы численного анализа. – СПб.: Питер, 2010. – 384 с.
4. Smith G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. – Oxford: Oxford University Press, 1985. – 339 p.
5. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Vol. 1: The Basis. – 7th ed. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. – 756 p.
6. Верещагин А.Ф. Методы конечных объемов в задачах механики сплошной среды. – М.: Физматлит, 2002. – 448 с.

7. Андреев В.К., Бахвалов Н.С., Каменский Г.В. Уравнения математической физики. – М.: Высшая школа, 2006. – 432 с.
8. Алейников Л.А. Численные методы в задачах механики и физики: Учебное пособие. – Новосибирск: НГТУ, 2012. – 228 с.
9. Comsol Multiphysics User's Guide. – Version 5.5. – COMSOL AB, 2020.
10. Roache, P. J., 1972, Computational Fluid Dynamics, Hermosa, New Mexico, pp. 139–173.
11. Alleborn, N., Nandakumar, K., Raszillier, H., and Durst, F., 1997, Further contributions on the two-dimensional flow in a sudden expansion // J. Fluid Mech., 330, pp. 169–188.