MULTIDISCIPLINARY JOURNAL: FUNDAMENTAL RESEARCH SCIENTIFIC JOURNAL
VOLUME 01. ISSUE 02. FEBRUARY 2025.

VEKTORLAR USTIDAGI CHIZIQLI AMALLAR

Raxmatov Alisher Shirinboyevich. Jizzax davlat pedagogika universiteti “Tabiiy va aniq fanlarda masofaviy ta’lim” kafedrasi o’qituvchisi

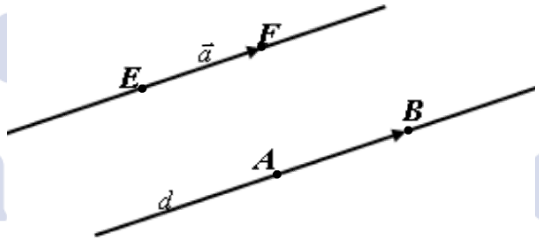
Annotatsiya: Ushbu maqolada vektorlar ustida bajariladigan chiziqli amallar haqida batafsil ma’lumot beriladi. Vektor tushunchasi, ularning algebraik va geometrik xossalari ko‘rib chiqiladi. Shuningdek, vektorlarni qo‘shish, ayirish, skalyar va vektor ko‘paytmalari kabi asosiy amallar tahlil qilinadi. Chiziqli algebra va geometriyada vektorlarning qo‘llanilishi ham yoritilib, amaliy misollar orqali tushuntirishlar beriladi. Maqola chiziqli algebra bilan shug‘ullanuvchilar va uni o‘rganishni istaganlar uchun foydali bo‘ladi.

Kalit so‘zlar: Chiziqli algebra, vektorlar qo‘shilishi, vektorlar ayirilishi, skalyar ko‘paytma, vektor ko‘paytma, chiziqli kombinatsiya, ortogonal vektorlar, baza vektorlar, koordinata sistemasi.

Kirish. Vektorlar matematikaning turli sohalarida, ayniqsa, algebra, geometriya va fizikada muhim o‘rin tutadi. Ular yo‘nalishli kattaliklar bo‘lib, miqdor va yo‘nalishga ega bo‘lgan obyektlar sifatida qaraladi. Vektorlar ustida bajariladigan amallar esa ularning xususiyatlarini o‘rganishda va amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyatga ega.

Chiziqli algebra vektorlar ustidagi chiziqli amallar bilan shug‘ullanadi. Bu amallar qatoriga vektorlarni qo‘shish, ayirish, skalyar ko‘paytma, vektor ko‘paytma va boshqa operatsiyalar kiradi. Ushbu maqolada vektorlarning asosiy tushunchalari va ular ustida bajariladigan chiziqli amallarni ko‘rib chiqamiz.

Tekislikda $\vec{a} = \overrightarrow{EF}$ va A nuqta berilgan bo’lsin. A nuqtadan EF to’g’ri chiziqqa parallel d to’g’ri chiziq o’tkazamiz. (1-chizma)



1-chizma

MULTIDISCIPLINARY JOURNAL: FUNDAMENTAL RESEARCH SCIENTIFIC JOURNAL
VOLUME 01. ISSUE 02. FEBRUARY 2025.

A nuqtadan ko'rsatilgan yo'nalishda $\vec{a}$ vektor uzunligini o'lchab qo'yib B nuqtani topamiz. $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}=\vec{a}$. Shunday qilib $\vec{a}$ ni A nuqtadan qo'ydik, ya'ni ko'chirdik.

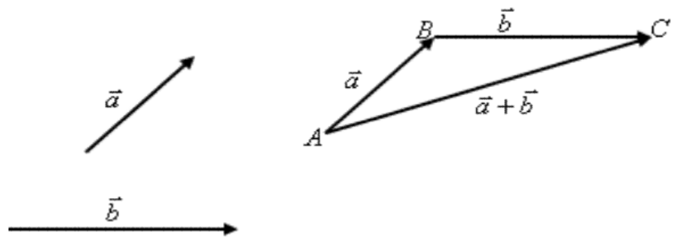
1-Ta'rif. Ikkita $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning yig'indisi deb, ixtiyoriy A nuqtadan $\vec{a}$ vektorni qo'yib, uning oxiri B nuqtaga $\vec{b}$ vektorni qo'yganda boshi $\vec{a}$ vektorning boshi A nuqtada oxiri $\vec{b}$ vektorning oxiri C nuqtada bo'lgan $\overrightarrow{AC}$ vektorga aytiladi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning yig'indisi $\vec{a}+\vec{b}$ kabi belgilanadi. (2- chizma)

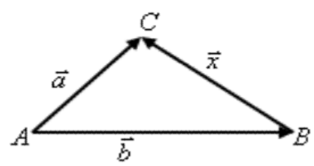
Vektorlarni qo'shish ta'rifidan istalgan uchta A, B va C nuqtalar uchun

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu tenglikni vektorlarni qo'shishning uchburchak qoidasi deyiladi.



2-chizma



3-chizma

2 - Ta'rif. $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlarning ayirmasi deb, shunday $\vec{x}$ vektorga aytiladiki, ular uchun $\vec{b}+\vec{x}=\vec{a}$ tenglik o'rinli bo'ladi. U holda $\vec{x}=\vec{a}-\vec{b}$. (3- chizma)

Ikkita vektorning ayirmasi hamma vaqt mavjud va bir qiymatli aniqlanishini isbotlash mumkin.

3 - Ta'rif. $\vec{a}\neq\vec{0}$ vektorning $\alpha\in R$ songa ko'paytmasi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $\vec{p}$ ga aytiladi va $\vec{p}=\alpha\cdot\vec{a}$ ko'rinishda yoziladi.

1) $|\vec{p}|=|\alpha|\cdot|\vec{a}|$;

2) $\vec{p}$ vektor $\vec{a}$ ga kollinear.

3) Agar $\alpha>0$ bo'lsa $\vec{p}$ va $\vec{a}$ vektorlar bir xil yo'nalgan, agar $\alpha<0$ bo'lsa, $\vec{p}$ va $\vec{a}$ vektorlar qarama- qarshi yo'nalgan bo'ladi.

1-teorema. Vektorlarni qo'shish va songa ko'paytirish quyidagi xossalarga ega.

1°. Agar $\vec{A}$ va $\vec{B}$ vektorlar to'plamiga tegishli bo'lsa u holda ularning eg'indisi ham shu to'plamga tegishli (yopiqlik)

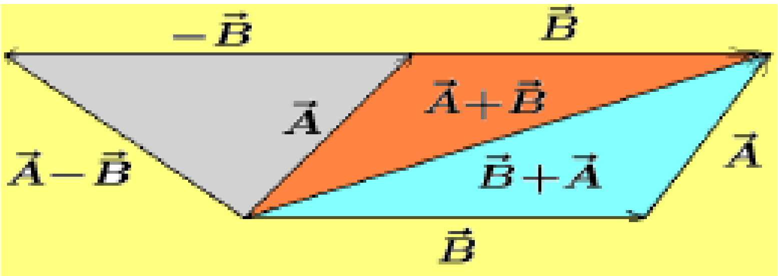
2°. $(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$ (qo'shishga nisbatan assotsiativ)

3°. Ixtiyoriy $\vec{A}$ vector uchun shunday $\vec{0}$ vector mavjudki ular uchun: $\vec{A}+\vec{0}=\vec{A}$ munosabat o'rinli hamda $\vec{0}$ vector qo'shishga nisbatan neytral element.

4°. Har bir $\vec{A}$ vector uchun shunday $\vec{E}$ vector mavjudki ular uchun: $\vec{A}+\vec{E}=\vec{0}$ (bunda $\vec{E}$ ni $\vec{A}$ ga qarama-qarshi vektor deyiladi va $\vec{E}=-\vec{A}$).

5°. $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$ (qo'shishga nisbatan kommutativ)

6°. Ixtiyoriy m haqiqiy son va ixtiyoriy $\vec{A}$, $\vec{B}$ vectorlar uchun: $m(\vec{A}+\vec{B})=m\vec{A}+m\vec{B}$



7°.Itiyoriy ikki haqiqiy α, β son va ixtiyoriy $\vec{a}$ vector uchun: $(\alpha+\beta)\vec{a}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{a}$

8°. Ixtiyoriy ikki haqiqiy α, β son va ixtiyoriy $\vec{a}$ vector uchun: $(\alpha\cdot\beta)\cdot\vec{a}=\alpha\cdot(\beta\cdot\vec{a})$

9°. Ixtiyoriy $\vec{a}$ vector uchun: $1\cdot\vec{a}=\vec{a}\cdot 1=\vec{a}$

Vektorlarning chiziqli bog'liqligi.

4-Ta'rif. Ixtiyoriy $\vec{A}_1, \vec{A}_2, ..., \vec{A}_n,$ vektorlar sistemasi va $c_1, c_2, ..., c_n,$ haqiqiy sonlar berilgan bo'lsin.

$$\vec{A}=c_1\vec{A}_1+c_2\vec{A}_2+...+c_n\vec{A}_n, \qquad (1)$$

vektorni berilgan $\vec{A}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi deyiladi. Bunda $\vec{A}$ vektor $c_1, c_2, ..., c_n,$ vektorlar sistemasi orqali chiziqli ifodalangan deyiladi, $c_1, c_2, ..., c_n,$ sonlar chiziqli kombinatsiya koeffitsentlari deyiladi.

5-ta'rif. Ixtiyoriy $\vec{A}$ va $\vec{B}$ vektorlarning, k_1, k_2 haqiqiy sonlar bilan berilgan chiziqli kombinatsiyasi

$$k_1\vec{A}+k_2\vec{B}=\vec{0} \qquad (2)$$

koeffitsentlarning kamida bittasi noldan farqli bo'lganda (2) bajarilsa , u holda $\vec{A}$ va $\vec{B}$ vektorlar sistemasi chiziqli bog'liq deyiladi.

Agar (2) tenglik k_1, k_2 sonlarning hammasi nolga teng bo'lgandagina o'rinli bo'lsa, $\vec{A}$ va $\vec{B}$ vektorlar sistemasi chiziqli erkli deyiladi.

2-teorema. Agar (1) vektorlar sistemasining biror vektori nol vektor bo'lsa, u holda bu vektorlar sistemasi chiziqli bog'liq bo'ladi.

Isbot. Faraz qilaylik $\vec{a}_k=\vec{0}$ bo'lsin, u holda $\alpha_k \neq 0, \alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_{k+1}=\ldots=\alpha_n=0$, sonlar uchun $\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+\ldots+\alpha_n\vec{a}_n=\vec{0}$ munosabat o'rinli bo'ladi. Demak, ta'rifga asosan (1) vektorlar sistemasi chiziqli bog'liq.

3-teorema. Agar (1) vektorlar sistemasi chiziqli bog'liq bo'lsa, sistemaning kamida bitta vektori uning qolgan vektorlari orqali chiziqli ifodalanadi.

4-teorema. Ikkita vektor chiziqli bog'liq bo'lishi uchun ularning kollinear bo'lishi zarur va etarli.

5-teorema. Uchta vektor chiziqli bog'liq bo'lishi uchun ularning komplanar bo'lishi zarur va etarli.

Vektorlar ustidagi chiziqli amallar matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, ular turli sohalarda keng qo'llaniladi. Ushbu amallar ichida vektorlarning qo'shilishi, ayirilishi va skalyar ko'paytmasi asosiy o'rin tutadi. Bundan tashqari, vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi va chiziqli bog'liqligi kabi tushunchalar ham muhim ahamiyatga ega.

Chiziqli algebra va geometriyada vektorlarning xossalarini chuqur o'rganish turli ilmiy va amaliy masalalarni yechishda samarali vosita hisoblanadi. Xususan, fizika, muhandislik, informatika va iqtisodiyot sohalarida vektorlar ustida chiziqli amallar keng qo'llanilib, murakkab tizimlarni tahlil qilish va modellashtirishda qo'l keladi.

Shunday qilib, vektorlar ustida chiziqli amallarni o'rganish nafaqat nazariy bilimlar, balki amaliy muammolarni hal qilish uchun ham muhim ahamiyat kasb etadi.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Axmedov A. A., Sodiqov R. S. "Geometriya" – Toshkent: O'zbekiston Milliy Ensiklopediyasi, 2015.
2. Mahmudov N. "Matematik analiz va geometriya asoslari" – Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti, 2018.

3. Qosimov I., O‘rozov M. "Geometriya: nazariya va amaliyot" – Toshkent: O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi nashriyoti, 2020.
4. Xamidov U. "Matematik transformatsiyalar va ularning qo‘llanilishi" – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2016.
5. Rashidov A., Norqulov B. "Geometriyaning asosiy tushunchalari va metodlari" – Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
6. Muminov S. "Geometriya va uning amaliy ahamiyati" – Samarqand: Samarqand davlat universiteti nashriyoti, 2021.
7. Jo‘rayev N. "Simmetriya va transformatsiyalar nazariyasi" – Toshkent: Fan, 2017.
8. Karimov H. "Geometrik modellar va ularning fizikaga tatbiqi" – Toshkent: Fan va texnologiya, 2014.