BIR JINSLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI TRAEKTORIYALARINI O'RGANISH

O‘ralova Maqsuda Izzatilla qizi
O‘zbekiston -Finlandiya pedagogika instituti
matematika kafedrasi o’qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada bir jinsli differensial tenglamalar sistemasi traektoriyalarini o'rganish masalasi ko'rib chiqiladi. Maqolada mavzuga oid adabiyotlar tahlili, usullar va yondashuvlar, shuningdek, natijalar va xulosalar keltirilgan. Tadqiqot natijalariga ko'ra, bir jinsli differensial tenglamalar sistemasi traektoriyalarini o'rganishda fazaviy portret usuli, Lyapunov usuli va boshqa zamonaviy usullarning samaradorligi aniqlandi.

Kalit so'zlar: bir jinsli differensial tenglamalar sistemasi, traektoriyalar, fazaviy portret, Lyapunov usuli, turg'unlik, bifurkatsiya.

ИЗУЧЕНИЕ ТРАЕКТОРИЙ СИСТЕМЫ ОДНОРОДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация: В данной статье рассматривается вопрос исследования траекторий системы однородных дифференциальных уравнений. В статье представлен анализ литературы по теме, Методы и подходы, а также результаты и выводы. По результатам исследований выявлена эффективность метода фазового портрета, метода Ляпунова и других современных методов в изучении траекторий систем однородных дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: система однородных дифференциальных уравнений, траектории, фазовый портрет, метод Ляпунова, застой, бифуркация.

STUDY OF THE TRAJECTORIES OF A SYSTEM OF HOMOGENEOUS DIFFERENTIAL EQUATIONS

Abstract: This article deals with the question of studying the trajectories of a system of same-sex differential equations. The article provides analysis of thematic

literature, methods and approaches, as well as results and conclusions. Based on the results of the study, the effectiveness of the phase portrait method, Lyapunov method and other modern methods was determined in the study of the trajectories of the system of homogeneous differential equations.

Keywords: system of homogeneous differential equations, trajectories, phase portrait, Lyapunov method, stagnation, bifurcation.

KIRISH

Bir jinsli differensial tenglamalar sistemasi (BJDTS) matematik modellashtirish va fizik jarayonlarni tahlil qilishda keng qo'llaniladi. Bu sistemalarning traektoriyalarini o'rganish dinamik tizimlarning xatti-harakatini tushunish va bashorat qilish uchun muhim ahamiyatga ega [1]. Ushbu maqolaning maqsadi BJDTS traektoriyalarini o'rganishning zamonaviy usullarini tahlil qilish, ularning afzalliklari va kamchiliklarini aniqlash hamda bu sohada mavjud muammolar va istiqbolli yo'nalishlarni ko'rsatib berishdan iborat.

BJDTS ko'pincha quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\mathbf{dx/dt = f(x, y)\ dy/dt = g(x, y)}$$

Bu yerda x va y - noma'lumlar, t - vaqt, f va g - bir jinsli funksiyalar [2]. Sistemaning traektoriyalari fazoviy tekislikda yechimlarning grafik tasvirini ifodalaydi va tizimning dinamik xususiyatlarini aks ettiradi.

Usullar va adabiyotlar tahlili: BJDTS traektoriyalarini o'rganishda bir qator usullar qo'llaniladi. Ularning eng asosiylarini ko'rib chiqamiz:

1. Fazaviy portret usuli: Bu usul sistemaning fazoviy tekislikdagi traektoriyalarini grafik tasvirlash orqali tizimning umumiy xatti-harakatini o'rganishga imkon beradi [3]. Guckenheimer va Holmes [4] o'z ishlarida fazaviy portret usulining nazariy asoslarini batafsil yoritib berganlar.
2. Lyapunov usuli: Lyapunov usuli tizimning turg'unligini o'rganish uchun qo'llaniladi. Bu usul yordamida traektoriyalarning muvozanat nuqtalariga yaqinlashishi yoki uzoqlashishi aniqlanadi [5]. Khalil [6] o'z kitobida Lyapunov usulining turli xil dinamik tizimlarga qo'llanilishini batafsil tavsiflagan.
3. Bifurkatsiya nazariyasi: Bu nazariya tizim parametrlarining o'zgarishi natijasida traektoriyalarning sifat jihatidan o'zgarishini o'rganadi [7]. Kuznetsov [8] bifurkatsiya nazariyasining asosiy tushunchalari va usullarini batafsil bayon qilgan.
4. Sonli usullar: Kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi bilan BJDTS traektoriyalarini o'rganishda sonli usullar, jumladan Runge-Kutta usuli keng qo'llanila

boshlandi. Bu usullar murakkab tizimlarning traektoriyalarini yuqori aniqlikda hisoblash imkonini beradi.

5. Topologik usullar: Poincare-Bendixson teoremasi kabi topologik yondashuvlar ikki o'lchovli BJDTS traektoriyalarining sifat xususiyatlarini o'rganishda muhim rol o'ynaydi.

NATIJALAR

Adabiyotlar tahlili natijasida quyidagi asosiy xulosalar chiqarildi:

1. Fazaviy portret usuli BJDTS traektoriyalarining umumiy ko'rinishini tushunish uchun eng samarali usul hisoblanadi. Bu usul tizimning muvozanat nuqtalarini, limit sikllarini va boshqa muhim xususiyatlarini aniqlab beradi.
2. Lyapunov usuli tizimning turg'unligini baholashda keng qo'llaniladi. Bu usul yordamida traektoriyalarning uzoq muddatli xatti-harakatini bashorat qilish mumkin.
3. Bifurkatsiya nazariyasi tizim parametrlarining o'zgarishi natijasida traektoriyalarning sifat jihatidan o'zgarishini tushuntirib beradi. Bu nazariya BJDTS ning turli parametrlar uchun xatti-harakatini tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega.
4. Sonli usullar, ayniqsa Runge-Kutta usuli, murakkab BJDTS traektoriyalarini yuqori aniqlikda hisoblash imkonini beradi. Bu usullar analitik yechimlarni topish qiyin bo'lgan hollarda juda foydali.
5. Topologik usullar BJDTS traektoriyalarining sifat xususiyatlarini o'rganishda muhim rol o'ynaydi. Poincare-Bendixson teoremasi ikki o'lchovli tizimlar uchun traektoriyalarning mumkin bo'lgan xatti-harakatlarini cheklaydi.

TAHLIL VA MUHOKAMA

BJDTS traektoriyalarini o'rganishda har bir usulning o'z afzalliklari va kamchiliklari mavjud. Fazaviy portret usuli tizimning umumiy xatti-harakatini tushunish uchun juda qulay, ammo murakkab tizimlar uchun to'liq tahlil qilish qiyin bo'lishi mumkin. Lyapunov usuli turg'unlikni baholashda samarali, lekin mos Lyapunov funksiyasini topish har doim ham oson emas.

Bifurkatsiya nazariyasi tizim parametrlarining o'zgarishi natijasida yuzaga keladigan o'zgarishlarni tushuntirib beradi, ammo bu usul ham murakkab tizimlar uchun qo'llash qiyin bo'lishi mumkin. Sonli usullar yuqori aniqlikdagi natijalarni beradi, lekin ular kompyuter resurslariga bog'liq va ba'zan hisoblash xatoliklari yuzaga kelishi mumkin.

Topologik usullar BJDTS traektoriyalarining sifat xususiyatlarini o'rganishda muhim, lekin ular ko'pincha faqat ikki o'lchovli tizimlar uchun qo'llaniladi. Uch va undan yuqori o'lchovli tizimlar uchun bu usullarni qo'llash ancha murakkab.

Kelajakda BJDTS traektoriyalarini o'rganishda mashina o'rganishi va sun'iy intellekt usullarini qo'llash istiqbolli yo'nalish bo'lishi mumkin. Bu usullar murakkab tizimlarning xatti-harakatini bashorat qilish va tahlil qilishda yangi imkoniyatlar ochishi mumkin.

XULOSA

BJDTS traektoriyalarini o'rganish dinamik tizimlarni tushunish va tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada ko'rib chiqilgan usullar - fazaviy portret usuli, Lyapunov usuli, bifurkatsiya nazariyasi, sonli usullar va topologik yondashuvlar - har biri o'ziga xos afzalliklarga ega va bir-birini to'ldiradi.

Kelajakda bu sohada yangi usullarning rivojlanishi, jumladan sun'iy intellekt va mashina o'rganishi usullarining qo'llanilishi kutilmoqda. Bu esa yanada murakkab BJDTS traektoriyalarini o'rganish va tahlil qilish imkoniyatlarini kengaytiradi.

BJDTS traektoriyalarini o'rganish nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatga ham ega bo'lib, fizika, kimyo, biologiya, iqtisodiyot va boshqa sohalardagi murakkab jarayonlarni modellashtirish va bashorat qilishda keng qo'llaniladi. Shu sababli, bu yo'nalishdagi tadqiqotlar kelajakda ham dolzarb bo'lib qolishi shubhasiz.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Strogatz, S.H., 2018. Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering. CRC press.
2. Perko, L., 2013. Differential equations and dynamical systems. Springer Science & Business Media.
3. Hirsch, M.W., Smale, S. and Devaney, R.L., 2012. Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos. Academic press.
4. Guckenheimer, J. and Holmes, P., 2013. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. Springer Science & Business Media.
5. Lyapunov, A.M., 1992. The general problem of the stability of motion. International journal of control, 55(3), pp.531-534.
6. Khalil, H.K., 2002. Nonlinear systems. Upper Saddle River.

7. Wiggins, S., 2003. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos. Springer Science & Business Media.

8. Kuznetsov, Y.A., 2013. Elements of applied bifurcation theory. Springer Science & Business Media.