

MATEMATIKADA KOMPLEKS SON TUSHUNCHASI

Axatqulov Anvar Almasovich. Jizzax davlat pedagogika universiteti, “Tabiiy va aniq fanlarda masofaviy ta’lim” kafedraasi o’qituvchisi ahatkulovanvar@gmail.com

Axrorova Sevinch Bahodir qizi. Jizzax davlat pedagogika universiteti 4-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada kompleks sonlar tushunchasi va ular ustida bajariladigan asosiy amallar haqida batafsil ma’lumot beriladi. Kompleks sonlarning haqiqiy va mavhum qismlari, mavhum birlik (i) tushunchasi hamda ularning algebraik ifodalanishi keltirilgan. Maqola yakunida kompleks sonlarning elektronika, fizika va matematika sohalaridagi qo’llanilishi haqida qisqacha ma’lumot beriladi. Ushbu maqola kompleks sonlar tushunchasini o’rganayotgan talabalar va matematikaga qiziquvchilar uchun foydalidir.

Kalit so’zlar: Kompleks son, mavhum birlik, haqiqiy va mavhum qism, kompleks sonlar algebraik shakli, kompleks sonlarning moduli, kompleks sonlarning argumenti.

Kirish: Matematikaning rivojlanishi davomida turli muammolarni yechish jarayonida yangi son tushunchalari paydo bo’lib kelgan. Haqiqiy sonlar to’plami (musbat, manfiy, butun, kasr, irratsonlar) matematik ehtiyojlarni ma’lum darajada qondirgan bo’lsa-da, ayrim masalalarda $x^2+1=0$ kabi tenglamalarni yechishda yangi sonlar tushunchasi kerak bo’ldi. Chunki bu tenglamada hech qanday haqiqiy son x ning kvadrati manfiy bo’lishiga olib kelmaydi.

Haqiqiy sonlar bilan ish ko’rilganda noldan farqli har qanday haqiqiy sonni kvadrati musbat bo’ladi deyilgan edi. Ammo kvadrati manfiy bo’lgan sonlar bilan ham ish ko’rishga to’g’ri keladi. Bunday sonlar tabiiyki haqiqiy son bo’lmaydi.

Shu sababli, matematiklar yangi turdagi son — kompleks son tushunchasini joriy qildilar. Kompleks sonlarning asosi mavhum birlik i bo’lib, u quyidagi xususiyatga ega:

$$i^2 = -1$$

Bu tushuncha dastlab matematiklarga g‘ayritabiiy tuyulgan bo‘lsa-da, vaqt o‘tishi bilan uning amaliy qo‘llanilishi va matematik ahamiyati isbotlandi. Bugungi kunda kompleks sonlar algebra, analiz, fizikada to‘lqinlar va elektr muhandisligi, kvant mexanikasi kabi sohalarda keng qo‘llanilmoqda.

1- Ta’rif. Kvadrati -1 ga teng ifodani mavhum birlik deb ataladi va u i orqali belgilanadi.

Shunday qilib, $i^2 = -1$ yoki $i = \sqrt{-1}$.

Mavhum birlikning ta’rifidan $i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$, $i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$, $i^5 = i$ va hokazo umuman k butun son uchun $i^{4k} = 1$, $i^{4k+1} = i$, $i^{4k+2} = -1$, $i^{4k+3} = -i$ ekannligi kelib chiqadi.

2-Ta’rif. z kompleks son deb

$$z = a + bi$$

ko‘rinishdagi ifodaga aytiladi, bunda a va b haqiqiy sonlar.

a va b ni z kompleks sonning haqiqiy va mavhum qismlari deyiladi va

$$\operatorname{Re}z = a, \quad \operatorname{Im}z = b$$

kabi belgilanadi.

Xususiyl holda, agar $a=0$ bo‘lsa u holda $z=0+ib=bi$ bo‘lib u sof mavhum son deyiladi. Agar $b=0$ bo‘lsa $z=a+i0=a$ haqiqiy son hosil bo‘ladi. Demak, haqiqiy va sof mavhum sonlar kompleks sonning xususiyl holi.

3-Ta’rif. Ikkita $z_1 = a_1 + ib_1$ va $z_2 = a_2 + ib_2$ kompleks sonlar $a_1 = a_2$ $b_1 = b_2$ bo‘lgandagina teng ($z_1 = z_2$) deyiladi.

Demak haqiqiy qismlari o‘zaro va mavhum qismlari o‘zaro teng bo‘lgan kompleks sonlar teng bo‘lar ekan.

4- Ta’rif. Ham haqiqiy qismi ham mavhum qismi noldan iborat kompleks son nolga teng deyiladi.

Demak, $a=0$, $b=0$ bo‘lgandagina $z=0$ va aksincha $z=a+ib=0$ dan $a=0$, $b=0$ kelib chiqadi.

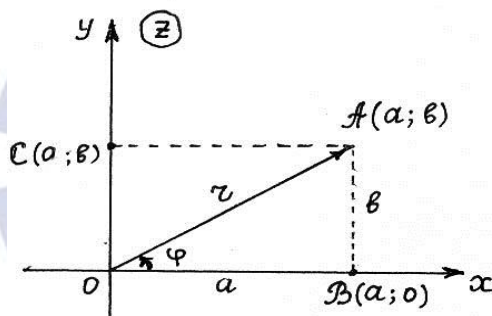
5-Ta'rif. Faqat mavhum qismining ishorasi bilan farq qiluvchi ikkita $z=a+ib$ va $\bar{z}=a-ib$ kompleks sonlar o'zaro qo'shma kompleks sonlar deyiladi.

6- Ta'rif. Haqiqiy va mavhum qismlarining ishoralari bilan farq qiluvchi ikkita $z_1=a+ib$ va $z_2=-a-ib=-z_1$ kompleks sonlar qarama – qarshi kompleks sonlar deyiladi.

Kompleks sonning geometrik tasviri

Har qanday $z=a+ib$ kompleks sonni Oxy tekislikda koordinatalari a va b bo'lgan $A(a,b)$ nuqta shaklida tasvirlash mumkin. Aksincha, Oxy tekislikdagi har qanday $A(a,b)$ nuqtaga $z=a+ib$ kompleks son mos keladi.

Kompleks sonlar tasvirlanadigan tekislik z kompleks o'zgaruvchining tekisligi deyiladi va tekislikka doiracha ichiga z qo'yiladi. (1-chizma)



1-chizma

Shunday qilib kompleks sonning geometrik tasviri \mathbb{Z} tekislikning nuqtasidan iborat ekan. Bunda Ox o'qda yotuvchi nuqtalar $z=a$ haqiqiy sonlarni ($b=0$), Oy o'qda yotuvchi nuqtalar esa $z=bi$ sof mavhum sonlarni tasvirlaydi ($a=0$). Shuning uchun kompleks sonlarni z kompleks o'zgaruvchining tekisligi \mathbb{Z} da tasvirlanganda Ox o'q haqiqiy o'q, Oy o'q mavhum o'q deb ataladi. Umuman aytganda, kompleks sonlar to'plami bilan \mathbb{Z} tekislikdagi barcha nuqtalar to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik mavjud.

$A(a,b)$ nuqtani koordinatalar boshi bilan tutashtirib \overrightarrow{OA} vektorni hosil qilamiz. Ba'zi hollarda $z=a+ib$ kompleks sonni \overrightarrow{OA} vektor ko'rinishda tasvirlash ma'qul bo'ladi. Bu ham kompleks sonning geometrik tasviri deyiladi.

Shunday qilib, kompleks sonning geometrik tasviri \mathbb{Z} tekislikdagi nuqtadan yoki

vektordan iborat ekan.

Kompleks sonlar matematikada haqiqiy sonlar to‘plamini kengaytirib, $i^2=-1$ shartini qanoatlantiruvchi mavhum birlik orqali ifodalanadi. Har bir kompleks son $z=a+bi$ ko‘rinishida yozilib, bu yerda a – haqiqiy qism, b – mavhum qism hisoblanadi. Kompleks sonlar ustida qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish va bo‘lish kabi asosiy amallar bajariladi. Shuningdek, ularning modul va argumenti orqali geometrik interpretatsiyasi ham mavjud bo‘lib, ular darajaga oshirish, ildiz chiqarish va eksponensial shaklda ifodalash kabi keng qo‘llaniladi.

Ushbu sonlar fizika, elektronika, muhandislik va boshqa fan sohalarida muhim ahamiyatga ega bo‘lib, ayniqsa signal ishlov berish, kvant mexanikasi va elektromagnit maydonlar nazariyasida keng qo‘llanadi. Shu sababli, kompleks sonlarni tushunish va ulardan foydalanish zamonaviy matematik va ilmiy tadqiqotlarda juda muhim hisoblanadi.

Foydalanilgan manba va adabiyotlar.

1. Keldiyor U., Ergashev M., Xudoyberganov A. – *Oliy matematika* Toshkent: O‘zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2018.
2. Rahmatullayev Sh., *Matematika asoslari* Toshkent: O‘zbekiston Fanlar akademiyasi, 2020.
3. Ahmedov I., Hamidov B., Rahmonov U. Matematika (Oliy o‘quv yurtlari uchun darslik) Toshkent: “Fan va texnologiya” nashriyoti, 2017.
4. Karimov U. – *Kompleks sonlarning analitik funksiyalari* O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi Matematika instituti jurnali, 2019-yil.
5. Ziyouz.com – Matematika bo‘yicha elektron darsliklar Manzil: <https://ziyouz.com>
6. O‘zbekcha Vikipediya – Kompleks sonlar Manzil: https://uz.wikipedia.org/wiki/Kompleks_sonlar