

Matematik modellashtirish va matematik modelni yaratish jarayoni

Nazarova Shahnoza Abdusamadovna

Surxondaryo viloyati

Denov tumanidagi

56-maktabning matematika fani

o'qituvchisi

Annotatsiya: Muayyan obyektlarning kuzatilayotgan xossalari ko'rsatkichlarining qiymatlarini moslashtirishga munosabat deyiladi. Obyekt xossalari ko'rsatkichlari qiymatlarining har qanday to'plami berilgan vaqt momentida uning holatini aniqlaydi. Muayyan vaqt oralig'ida obyekt holatining o'zgarishiga hodisa deyiladi. Biror vaqt oralig'ida sodir bo'ladigan o'zaro bog'liq hodisalar ketma-ketligiga jarayon deyiladi. Muayyan munosabatlar orqali o'zaro bog'langan va ular uchun qandaydir umumiy maqsadli funksiyani bajaradigan yoki umumiy maqsadga mo'ljallangan obyektlar to'plami tizim (sistema) deyiladi.

Kalit so'zlar: obyekt, xossa, ko'rsatkichlar, qiymat, massa, rang, uzunlik, zichlik, model, tajriba o'tkazish

Tizim, model va modellashtirish. Tadqiqot sohasi bir-biridan biror belgisi bilan farq qiluvchi va o'zaro ma'lum munosabatda bo'luvchi yoki o'zaro ta'sirlashuvchi obyektlardan tashkil topadi. Obyektlarning xarakterli xususiyati uning xossasi deyiladi. Xossa subyekt tomonidan aniqlanadi va baholanadi. Masalan, massa, rang, uzunlik, zichlik va shu kabilar. Subyektiv nuqtai nazarga ko'ra xossalalar obyektning ichki va tashqi xossalari bo'linadi.

Ichki xossalarning ko'rsatkichlari parametrler deb ataladi.

Tashqi xossalalar obyektning parametrleri bilan qandaydir munosabatlarga ko'ra bog'langan tashqi muhit xossalarni ifodalaydi va ularning ko'rsatkichlariga omillar (faktorlar) deyiladi.

Muayyan obyektlarning kuzatilayotgan xossalari ko'rsatkichlarining qiymatlarini moslashtirishga munosabat deyiladi. Obyekt xossalari ko'rsatkichlari qiymatlarining har qanday to'plami berilgan vaqt momentida uning holatini aniqlaydi. Muayyan vaqt oralig'ida obyekt holatining o'zgarishiga hodisa deyiladi. Biror vaqt oralig'ida sodir bo'ladigan o'zaro bog'liq hodisalar ketma-ketligiga jarayon deyiladi. Muayyan munosabatlar orqali o'zaro bog'langan va ular uchun qandaydir umumiy

maqsadli funksiyani bajaradigan yoki umumiy maqsadga mo‘ljallangan obyektlar to‘plami tizim (sistema) deyiladi.

Ilmiy izlanishlarning maqsadi korrekt qo‘yilgan savollarga javob qidirishdan iborat. Odatda bunday savollarga javob izlanganda qandaydir muammo (masala) uchun muqobil yechimlar ichidan aynan bittasini muayyan shartlarga ko‘ra tanlash kerak bo‘ladi. Yechimni tanlash uchun qo‘llaniladigan shartga me’zon deyiladi. Izlanishning maqsadi, odatda, izlanish olib borilayotgan obyektning aniq bir me’zoni qanoatlantiradigan parametrlari qiymatini aniqlashdan iborat.

Tadqiqotchi obyekt parametrlarining berilgan me’zoni qanoatlantiruvchi qiymatlari to‘plamini aniqlagandan so‘ng, izlanish jarayoni to‘xtatiladi. Bunday izlanishlarning olib borilishiga tajriba (sinov) deyiladi. Amaliyatda real obyektlar bilan bunday tajriba o‘tkazish, odatda, juda qimmat turadi yoki tajribaning salbiy oqibatlari tufayli uni o‘tkazish maqsadga muvofiq emas. Shuning uchun bunday hollarda ilmiy tajriba o‘tkazish uchun real obyektlar ularga o‘xshash xossalarga ega, ammo ulardan oddiyroq, xavfsizroq va foydalanish mumkin bo‘lgan obyektlar bilan almashtiriladi. Uni o‘rganish maqsadida izlanish olib boriladigan obyektga original deyiladi. Ma’lum bir xossalarni o‘rganish uchun originalning o‘rniga izlanish olib borilayotgan obyektga esa model deb aytildi.

Model – bu o‘rganish maqsadida izlanish olib borilayotgan obyektning muayyan xossalarni o‘zida namoyon etuvchi maxsus quriladigan obyektdir. Umumiyl holda original-obyekt tabiiy yoki sun’iy, real yoki farazdagagi tizim bo‘lishi mumkin. Model ham o‘zining parametrlari to‘plami va xususiyatlari to‘plamiga ega tizimdir. Original va model ba’zi bir parametrlari bo‘yicha o‘xshash va boshqa bir parametrlari bo‘yicha esa bir-biridan farq qiladi. Agar tadqiqotchini qiziqtirayotgan original va modelning xususiyatlari bir turdagagi parametrlar to‘plami orqali aniqlansa va ularning shu parametrlar bilan bog‘liqligi bir xil bo‘lsa, obyektoriginalni boshqa bir obyekt-model bilan almashtirsa bo‘ladi.

Model – bu faraz qilinadigan yoki moddiy reallashtirilgan tizim bo‘lib, u tadqiq qilinayotgan obyektni aks ettirib yoki qayta hosil qilib, uni shunday almashtira oladiki, bunday tizimni o‘rganish obyekt haqida yangi ma’lumotlarni beradi.

Modellashtirishda obyekt-original va uning modeli o‘rtasidagi o‘xshashlik (analog) ishlataladi. Bu o‘xshashlik quyidagilar hisoblanadi: tashqi analogiya (masalan, samolyot, kema, mikrorayon modeli); strukturali analogiya (masalan, suv o‘tkazish

tarmog‘i va elektr tarmoqlari graflar yordamida modellashtiriladi); dinamik analogiya (tizim holatiga ko‘ra) – masalan, mayatnik elektr tebranishlari konturini modellashtiradi. Modellarda, odatda, obyektning alohida jihatlari (tashqi ko‘rinishi, tuzilishi, holati va boshqa) aks ettiriladi.

Ilmiy tadqiqotlarda asosiy rolni gipotezalar o‘ynaydi. Gipotezalar – uncha ko‘p bo‘limgan tajribaviy ma’lumotlarga, kuzatishlarga, farazlarga asoslangan muayyan bashoratlardan demakdir. Analogiya (o‘xshashlik) – ikkita obyektning qandaydir o‘xshash tomonlari haqidagi mulohazadir.

Zamonaviy ilmiy gipoteza amaliyatda tekshirilgan ilmiy tasdiqlarga analogiya sifatida vujudga keladi. Shunday qilib, analogi5 ya gipotezani tajriba (eksperiment) bilan bog‘laydi. Gipotezalarga asoslanib qurilgan modellar gipotetik modellar deb ham ataladi. Obyektiv mavjud, real dunyoni aks ettiruvchi gipoteza va analogiya tushunchalari tadqiq qilishga qulay mantiqiy sxemalarga keltiriladi. Mulohazalarni va mantiqiy qurilmalarni ixchamlashtiruvchi yoki jarayon tabiatini aniqlashtiruvchi tajribani o‘tkazish imkonini beruvchi bunday mantiqiy sxemalar obyektlar modellarining vujudga kelishiga asos bo‘ladi.

Model quyidagi maqsadlarda ishlatiladi:

aniq obyektning ichki tuzilmasi yoki (va) uning tashqi muhit bilan o‘zaro aloqasining tuzilmasini anglash;

tuzilma tarkibidagi eng muhim (sifatiy) aloqalarni aniqlash; miqdoriy bog‘lanishlarni aniqlash; muayyan ta’sirlar natijasida obyekt va tashqi muhit o‘zgarishi haqida oldindan xulosa qilish;

obyekt xossalari va (yoki) unga tashqi ta’sirlar ko‘rsatkichlarini optimallash. Modellashtirish deb, orginal-obyektning eng muhim xossalari haqida ma’lumot olish uchun uni obyekt-model bilan almashtirishga aytildi. Bunday almashtirish originalning xossalarni o‘rganishni soddalashtirish, arzonlashtirish, tezlashtirish maqsadida amalga oshiriladi. Agar originalning uni tadqiq qilishga to‘sqinlik qiladigan xususiyatlari (belgilari) modelda mavjud bo‘lmasagina modellashtirish maqsadga muvofiqdir.

Modellashtirish – orginal-obyektlar xossalarni obyekt-modellarining mos xossalarni tadqiq qilish vositasida o‘rganish usulidan iborat jarayon. Modellashtirish ilmiy abstraksiyaning muhim quroli hisoblanadi. U obyektlarning bajarilayotgan, tadqiqot uchun muhim bo‘lgan xususiyatlari (belgilari) – xossal, o‘zaro aloqalar,

tuzilmaviy va funksional parametrlarni aniqlash, asoslash va tahlil qilish imkonini beradi. Original-obyektni model-obyekt bilan almashtirish va obyektlar xossalarini ularning modellari yordamida tadqiq qilishga modellashtirish nazariyasi deyiladi. Modellashtirish nazariyasi – modellarni qurishdagi o‘zaro bog‘langan tamoyillar, ta’riflar, usullar va vositalar majmuasidan iborat. Modellar esa modellashtirish nazariyasining predmetini tashkil etadi.

Modellashtirish nazariyasi tizimlarning umumiy nazariyasi – sistemologiyaning asosini tashkil etadi. Ilmiy tadqiqotlar tarixida dastlabki modellashtirish usullaridan biri o‘xshashlik usulidir. Uning ma’nosi shundaki, o‘rganilayotgan jarayon tajribaviy sharoitlarda boshqa «kichik masshtabda» amalga oshiriladi. Bunga misol sifatida samolyot qanotlarining havo oqimini kesib o‘tish jarayonini o‘rganishni keltirish mumkin. Shu maqsadda qanotning kichiklashtirilgan nusxasi yaratiladi va aerodinamik quvurga joylashtiriladi. Havo oqimini o‘tkazish yo‘li bilan qanotning zarur xarakteristikalari tajribada aniqlanadi. Obyekt bilan bevosita tajriba o‘tkazish qimmatga tushadigan, yoki uni o‘tkazish mumkin bo‘lmaydigan yoki bunday tajriba kutilmagan natijalarga olib keladigan hollar (sog‘liq va ekologiya muammolari, tabiiy ofatlar) modellashtirish jarayonida alohida ahamiyatga ega. Real mavjud bo‘lmagan obyektlarni ham modellashtiradilar. Bunga misol sifatida texnik qurilmalar, uchuvchi apparatlarni keltirish mumkin. Bunday hollarda modelni yaratish uchun zamonaviy matematika metodlari va hisoblash vositalarini jalb qilgan holda ilmiy tadqiqotlar o‘tkazish albatta zarur bo‘ladi.

Modellashtirish jarayoni uchta elementni o‘z ichiga oladi:

- 1) subyekt (tadqiqotchi);
- 2) tadqiqot obyekti;
- 3) o‘rganayotgan subyekt va o‘rganilayotgan obyekt orasidagi munosabatni o‘rnatuvchi model.

Modelni qurishning dastlabki bosqichida orginal-obyekt haqida muayyan bilimlar talab qilinadi. Model asosida bilish imkoniyatlari shunga tayanadiki, model orginal-obyektning qandaydir muhim tomonlarini aks ettiradi. Orginal va modelning yetarlicha o‘xshashligi va umuman modelning zarurligi masalasi har bir vaziyat uchun alohida tahlilni talab etadi. Shunday qilib, modellashtirilayotgan obyektning biror tomonini o‘rganish uning boshqa tomonlarini aks ettirishdan voz kechish evaziga amalga oshiriladi. Shuning uchun istalgan model orginalni faqat qat’iy cheklangan

ma'noda almashtirishi mumkin. Bundan kelib chiqadiki, aynan bitta obyekt uchun bir qancha «maxsus» modellar yaratilishi mumkinki, ular tadqiq qilinayotgan obyektning muayyan tomoniga e'tiborni jalb etishi yoki obyektni turli darajada aniqlashtirilgan holda tavsiflashi mumkin.

Modellashtirish jarayonining ikkinchi bosqichida model mustaqil tadqiq obyekti sifatida ishtirok etadi. Bunday tadqiqning ko'rinishlaridan biri eksperiment olib borishdir. Bunda berilgan model faoliyati uchun zarur shartlar o'zgartiriladi va shunga mos holda modeldagи o'zgarishlar kuzatiladi. Bu bosqich natijasi model haqida to'planadigan bilimlar hisoblanadi. Uchinchi bosqichda to'plangan bilimlar modeldan orginalga ko'chiriladi va obyekt haqida bilimlar to'plami hosil qilinadi. Bu jarayon muayyan qoidalar asosida amalga oshiriladi.

Model haqidagi bilimlar orginal-obyektning modelda aks etmagan yoki modelni qurishda o'zgartirilgan xususiyatlarini hisobga olgan holda aniqlashtirilishi lozim. Biz yetarlicha ishonch bilan qandaydir natijani modeldan orginalga o'tkaza olishimiz uchun bu natija orginal va modelning o'xshashlik belgilari bilan bog'liq bo'lishi kerak. To'rtinchи bosqichda modellar yordamida olinadigan bilimlarni amaliy tekshiruvdan o'tkazish va ularni obyektning umumlashgan nazariyasini qurish, uni o'zgartirish yoki boshqarishda qo'llash amalga oshiriladi. Modellashtirish – bu siklik jarayondir, ya'ni dastlabki to'rt bosqichli sikldan so'ng ikkinchi va uchinchi sikllar kelishi mumkin. Bunda tadqiq qilinayotgan obyekt haqidagi bilim doirasi kengaytiriladi va aniqlashtiriladi, berilgan model esa borgan sari mukammallahib boradi.

Obyekt haqidagi bilimning yetarli emasligi va modelni qurishdagi xatolar sababli kelib chiquvchi kamchiliklar birinchi sikldan so'ng aniqlansa, ular keyingi siklda to'g'rlanishi mumkin. Shunday qilib, modellashtirish metodologiyasida o'z-o'zini rivojlantirishning katta imkoniyatlari mavjud.

Modellar turlari. Modellar qandaydir fizik obyektlar yordamida tadbiq qilinishi – moddiy (fizik) modellardan iborat bo'lishi va biror formallashgan tilda ifodalanuvchi abstrakt obyektlar – abstrakt modellar sifatida berilishi mumkin. Moddiy (fizik) model deb, odatda, originalga ekvivalent yoki o'xshash, ammo boshqa fizik tabiatga ega tizimga aytildi.

Abstrakt modellar jumlasiga modellashtirish obyektini tavsiflaydigan matematik ifodalar kiritilishi mumkin. Ular matematik modellar sinfiga tegishli. Tizimni abstrakt ifodalash vositalariga kimyoviy formulalar, sxemalar, chizmalar, xaritalar,

diagrammalar va shu kabilar tilini kiritish mumkin. Moddiy (fizik) modellarning ko‘rinishlari: tabiiy; kvazitabiyy; masshtabli; analogli. Tabiiy modellar - bu real (moddiy) tadqiq etilayotgan tizimlar (maketlar, tajriba nusxalari). Ular orginal bilan to‘liq adyekvatlik (moslik) xususiyatiga ega, ammo qimmat.

Kvazitabiyy modellar – tabiiy va matematik modellar majmuasidan iborat. Bunday ko‘rinishdagi modellardan tizim qismining modelini, uning tavsifi murakkab bo‘lgani uchun, matematik ifodalab bo‘lmagan holda (inson model operatori) yoki tizimning bir qismi boshqa qismlari bilan o‘zaro bog‘lanishda tadqiq qilinishi kerak bo‘lib, ammo ular hali mavjud emas yoki ularni qo‘llash qimmatga tushadigan holda foydanaliladi (hisoblash poligonlari, boshqaruvning avtomatlashtirilgan tizimi). Masshtabli modellar – fizik tabiatni orginal kabi bo‘lgan, lekin undan masshtabi bilan farqlanadigan tizimlardir (kichiklashtirilgan obyektlar, obyektlarning harakatlanuvchi modellar).

Masshtabli modellashtirishning metodologik asosini o‘xshashlik nazariyasi tashkil etadi.

Analogli modellar deb orginaldan farq qiladigan fizik tabiatga ega bo‘lgan, lekin faoliyat jarayoni bilan orginalga o‘xshash tizimlarga aytiladi. Analogli modelni hosil qilish uchun o‘rganilayotgan tizimning matematik tavsifi kerak. Analogli modellar sifatida mexanik, gidravlik, pnevmatik va elektrik tizimlar qo‘llaniladi. Matematik model – berilgan obyektning muayyan xossalari o‘rganish maqsadida uning tadqiqotchi-subyekt tomonidan qandaydir formal (matematik) tizim yordamida quriladigan obrayidir.

Matematik model – bu tadqiq qilinayotgan obyekt-original xossalaring matematika tilida ifodalanishidir. Masalan, maktab matematika kursidan yaxshi ma’lum Pifagor teoremasi to‘g‘ri burchakli uchburchak tomonlarining metrik xossasini tavsiflaydi, shuning uchun uni shunday uchburchakning matematik modeli sifatida qarash mumkin. Matematik modelni qurish uchun barcha matematik vositalar – algebraik, differensial, integral tenglamalar, to‘plamlar nazariyasi, algoritmlar nazariyasi va shu kabilar qo‘llanilishi mumkin. Umuman olganda, matematika fanini obyekt va jarayonlarning modellarini qurish va tadqiq qilishdan iborat ilmiy faoliyat natijasi deb hisoblash mumkin.

Matematik modellar quyidagi uch xil yo‘l bilan hosil qilinadi: real obyekt yoki jarayonni to‘g‘ridan-to‘g‘ri o‘rganish natijasida; deduksiya jarayoni natijasida (yangi

model biror umumiy modelning xususiy holi sifatida paydo bo‘ladi); induksiya jarayoni natijasida (yangi model elementar modellarning umumlashmasi sifatida paydo bo‘ladi).

Hozirgi paytda, axborot texnologiyalari tadbiq sohasining kengayishi natijasida modellar ularni tasvirlash usuliga ko‘ra moddiy yoki tabiiy (masalan, samolyotning radioboshqaruvi modeli; kubning hajmiy modeli) va axborotli modellar (masalan, Nyuton qonuni; kub chizmasi; dasturlash tilidagi datur) ga ajratiladi.

Real jarayonlarni tadqiq qilishda imitasjon modellar ham faol qo‘llaniladi. Imitasion modellar - tizim va unga tashqi ta’sirlarning tavsifi, tizim faoliyatining algoritmlari yoki tizim holatining tashqi va ichki ta’sirlar natijasida o‘zgarish qoidalari to‘plami (boshqacha aytganda, obyekt, jarayon, hodisa haqidagi zaruriy axborotlarni o‘z ichiga olgan miqdorlar to‘plami) demakdir. Bu algoritm va qoidalalar matematikaning analitik va sonli yechish usullarini qo‘llashni bildirmaydi, ammo ular tizimning faoliyat jarayonini imitasiya qilish (ifodalash) va uning kerakli xarakteristikalarini hisoblash imkonini beradi.

Model ko‘rinishini tanlash o‘rganilayotgan tizim va modellashtirish maqsadining o‘ziga xos xususiyatlarga bog‘liq holda aniqlanadi. Chunki modelni tadqiq qilish faqat muayyan bir savollar guruhiга javob berish imkonini beradi.

Foydalaniladigan adabiyotlar

1. Raxmankulova B.O., Ziyaeva Sh.K., Kubayev K.E. “Axborot texnologiyalari va jarayonlarni matematik modellashtirish”, O‘quv qo‘llanma. TIQXMMI, 2020
2. Abdullaev Z.S., Yusupov M., Raxmankulova B.O., Aynakulov Sh.A. “Amaliy axborot texnologiyalari”. O‘quv qo‘llanma. TIQXMMI, 2018
3. Michael A. An introduction to Mathematical Modelling. 2001.
4. Eshmatov X., Yusupov M., Aynaqulov Sh., Xodjaev D. Matematik modellashtirish. O‘quv qo‘llanma, TIMI, 2010, 240 бет.
5. Эшматов Х, Верлань А.Ф., Лукьяненко С. А. Численные методы в моделировании. Учебное пособие, «Узбекистан», 2010, 280 стр.
6. Эшкобилов Ю.Х., Юсупов М., Бобоназаров Ш.П. «Математик моделлаштиришда сонли усуллар», услугий қўлланма, ТИМИ, 2003.