



**Fanlararo aloqadorlik asosida darslarda vektorlarning fizik va geometrik  
talqinlarini bayon etish texnologiyasi.**

**M.A. Babayeva Termiz muhandislik texnologiya instituti assistenti.**

**S. Turdiyev Termiz muhandislik texnologiya instituti talabasi.**

**Annotasiya.** Bugungi kun o'quvchisi fanlardan nafaqat ma'lum bilim, ko'nikma va malakalar to'plamini o'zlashtirishi, balki ularni turli vaziyatlarda qo'llay olishlari ham zarur. Bunda integratsiyalashgan darslardan foydalanish ijodiy faoliyatni rivojlantirish uchun keng imkoniyatlar yaratadi, kognitiv, ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirishga, o'z bilimlarini mustaqil ravishda qo'llash, tanqidiy fikrlashni rivojlantirishga asos bo'ladi.

**Kalit so'zlar:** integrasiya, vektor, masala, skalyar, geometriya, koordinata, ko'paytma.

Zamonaviy ta'lif darslarni fanlararo tashkil etishni taqozo etmoqda, darslar o'quvchilarning qiziqishlari va ehtiyojlaridan kelib chiqib, bolaning shaxsiy tajribasiga asoslanishi muhim ahamiyat kasb etadi. Ta'lifning asosiy vazifasi - atrofdagi voqelikni to'la qonli o'rganish bo'lib, bunda integratsiyalashgan darslar ta'lif sifatini oshirishga yordam beradi, darsni nostandard qiladi. Bunday darslarni ishlab chiqish bir necha fan o'qituvchilarining birgalikda faoliyat ko'rsatishini talab etadi va yaxshi natija beradi. Bu o'quvchilarda fanlar bo'yicha umumiyligi bilim sifati va qiziqishi ortishi, yuqori motivatsiya hosil bo'lishi bilan izohlanadi. O'quv materialining integratsiyasi ya'ni bir nechta fanda qo'llaniladigan umumiyligi tushunchalar bitta fanda (albatta o'qituvchi tomonidan to'liq o'rganilib) o'rganilayotganda fanlararo talqinlarini keltirish, boshqa fanlar bilan uyg'unlashtirish o'quvchilarning ijodiy tafakkurini rivojlantirishga yordam beradi, olingan bilimlarni real sharoitlarda qo'llash imkonini beradi, o'quvchilarning таянч kompetentsiyalari, madaniyatini va shaxsiy fazilatlarni rivojlantirishning muhim vositasi hisoblanadi.

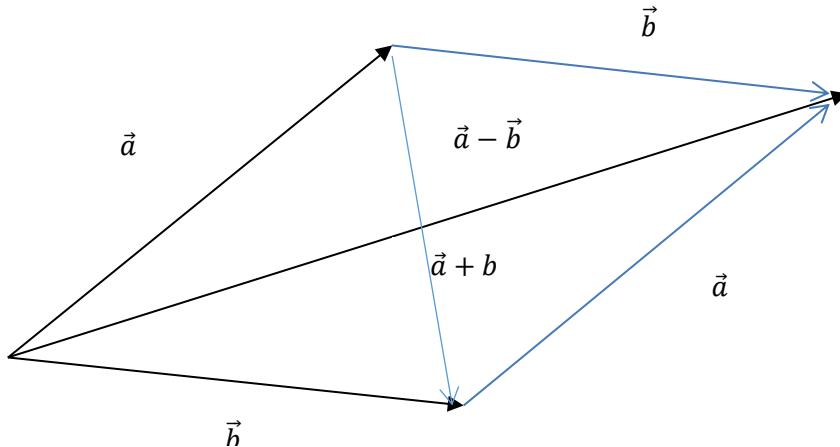
Matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bu vektor tushunchasi hisoblanadi. Vektor tushunchasi matematika, mexanika, texnikaning turli jahbalarida keng foydalaniladi. «Vektor» terminining o'zi 1845 yilda Vilyam Rouen Gamilton tomonidan kiritilgan. O'tgan asr oxiri va hozirgi asr boshlarida vektorlar ustida amallar va uning qo'llanishi keng rivojlandi. Vektorlar ustida qo'shish va songa ko'paytirish, vektorlarning skalyar, vektor va aralash ko'paytmalari, vektorlarni bazis

fazoda almashtirish, vektorlarni proyeksiyalash vektorli algebraning predmeti hisoblanadi.

Vektor algebrasi, vektor analizi vektor fazosining umumiyligi nazariyasini kabi bilimlar hozirgi zamonda fizikasining asosiy qismi bo'lgan nisbiylik nazariyasida keng ishlatilishi natijasida yanada mustahkamlandi. Vektor matematikaning elementar, analitik va differensial geometriya bo'limlarida qo'llaniladi. Vektorli algebra fizika va mexanikanig turli bo'limlariga, kristallografiyaga, geodeziyaga tatbiq qilinadi. Vektorlar nafaqt fizika va matematikada balki boshqa ko'plab fanlarda qo'llaniladi. Vektorlar va ular ustida amallardan foydalanib geometriya va fizika fanlarida uchraydigan masalalarni qulay usulda yechish mumkun. Fizikada «vektor» so'zi ancha keng ma'noda ishlatiladi. Masalan, tezlikni vektor deb yuritiladi. Ammo, geometrik vektoring uzunligi metrlarda, tezlikning absolut qiymati esa sekundiga metrlarda o'lchanishining o'zidanoq tezlikning geometriyada qabul qilingan ma'nodagi vektor emasligi ko'rinish turibdi. Biz geometriyada tezlikni vektor emas, balki vektor kattalik deymiz. Umuman, vektor kattaliklar, o'zlarining modulidan tashqari, yo'nalishi bilan aniqlanadi. Ma'lum masshtab tanlab olinganda vektor kattaliklar geometrik vektorlar bilan tasvirlanadi. Bunda vektor kattaliklami qo'shishga ularni tasvirlovchi geometrik vektorlami qo'shish, vektor kattaliklami sonlarga ko'paytirishga esa ularni tasvirlovchi geometrik vektorlami o'sha sonlarga ko'paytirish mos keladi. Hisoblashga, yasashga hamda trigonometriya elementlarini qo'llashga oid masalalarni vektorlarni qo'llab yechish ancha qulay. Vektorlar yordamida geometrik va fizik masalalarni samarali yechishda nafaqt vektor algebrasi qonunlaridan foydalana olish, balki masalani vektor "tili"da o'girish va masala yechish usulini to'g'ri tanlay olish talab etiladi. Vektorlar tatbig'iiga oid bir nechta masalalarni ko'rib chiqaylik.

**1-masala.** Agar  $|\vec{a}|=4$ ,  $|\vec{b}|=3$  bo'lib, vektorlar orasidagi burchak  $120^\circ$  bo'lsa, bu vektorlarga qurilgan parallelogramm diagonallarining uzunliklarini toping.

Vektorlarni qo'shish va ayirishning parallelogramm qoidasiga ko'ra, ya'ni :  $\vec{a} + \vec{b}$  va  $\vec{a} - \vec{b}$  vektorlar  $\vec{a}$  va  $\vec{b}$  vektorlarlarga qurilgan parallelogrammning diagonallaridan iborat.



Yechish: parallelogram qoidasiga ko'ra :  $|\vec{a} + \vec{b}| = d_1$ ,  $|\vec{a} - \vec{b}| = d_2$

$$\text{Vektor xossalardan foydalansak: } |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + 2\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}^2}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{b}^2}$$

$$d_1 = \sqrt{16 + 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ + 9} = \sqrt{13}$$

$$d_2 = \sqrt{16 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ + 9} = \sqrt{37}$$

**2-Masala.** Uchlari A(1; 3; 5), B(-3; 4; 7) va C(4; 6; 3) nuqtalarda bo'lgan uchburchak yuzasini toping.

**Parallelogrammning yuzasi.** Fazoda berilgan  $\vec{a}$  va  $\vec{b}$  vektorlarning vektor ko'paytmasining moduli  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  son jihatdan shu  $\vec{a}$  va  $\vec{b}$  vektorlarga qurilgan parallelogrammning yuzasiga teng.

Демак,  $\vec{a}$  va  $\vec{b}$  vektorlarga qurilgan **uchburchakning yuzi** shu vektorlar vektor ko'paytmasi modulining yarmiga teng.

**Yechish.** ABC uchburchak yuzasi  $\overrightarrow{AB}$  va  $\overrightarrow{AC}$  vektorlarga qurilgan parallelogramm yuzining yarmisiga teng.

$$\overrightarrow{AB} = (-3 - 1; 4 - 3; 7 - 5) = (-4; 1; 2)$$

$$\overrightarrow{AC} = (4 - 1; 6 - 3; 8 - 5) = (3; 3; 3)$$

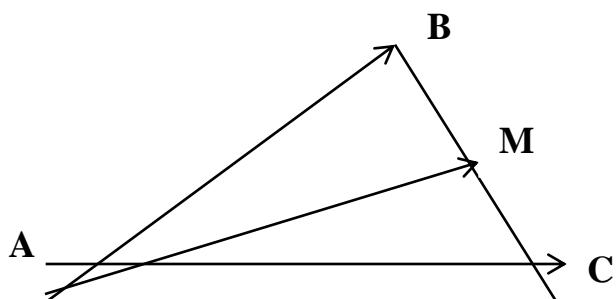
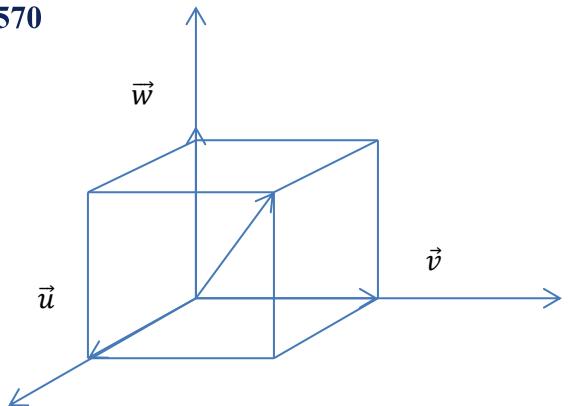
$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-3; 18; -15)$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \sqrt{9 + 324 + 225} = 3\sqrt{62}$$

$$S = \frac{3}{2} \sqrt{62}$$

**3-masala.** ABC ucburchakning A, B, C burchaklari berilgan bo‘lib, M nuqta BC tomonning o‘rtasi bo‘lsa BAM burchakni toping.

*Yechish:* faraz qilaylik  $\angle BAM = \alpha$ ,  $PB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$



$\overrightarrow{AM} \uparrow\uparrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$  ekanligidan

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|} = \frac{\overrightarrow{AB}^2 + (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})}{c(c^2 + b^2 + 2bc \cos A)} \text{ va } \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C} \text{ dan}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin C + \sin B + \sin A}{\sqrt{\sin^2 B + \sin^2 C + \sin^2 A}}$$

$$\text{bundan } \alpha = \arccos \frac{\sin C + \sin B + \sin A}{\sqrt{\sin^2 B + \sin^2 C + \sin^2 A}}$$

**4-masala.** Kub diagonali bilan uning qirrasi orasidagi burchakni toping.

*Yechish.* Uning uchun kubning bir uchini koordinata boshi deb tushunib uch o‘lchovli Dekart koordinatalar sistemasini kiritamiz.

$$\vec{u} = (k; 0; 0), \vec{v} = (0; k; 0) ,$$

$\vec{w} = (0; 0; k)$  U holda diagonal bo‘yicha yo‘nalgan vektor

$$\vec{d} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (k; k; k)$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{d}}{|\vec{u}| |\vec{d}|} = \frac{k^2}{k\sqrt{3k^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\theta = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 54,74^\circ$$

Jismga ta’sir etadigan kuchning (qo‘yilgan kuchni) yo‘nalishi ta’sir etish yo‘nalishi bilan bir xil, absolut qiymati esa kuch miqdoriga proporsional vektor bilan

tasvirlash qulay. Tajriba shuni ko'rsatadiki, kuchlami bunday tasvirlash usulida jismga bir nuqtada ta'sir qiluvchi ikki yoki bir nechta kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarga mos vektorlarning yig'indisi bilan, agar qarama qarshi yo'nalgan bo'lsa vektorlar ayirmasi bilan tasvirlanadi, jismga A nuqtada a va b vektorlar bilan tasvirlangan ikkita kuch ta'sir etadi. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi  $c=a+b$  vektor bilan tasvirlanadi. Kuchni berilgan ikki yo'nalishda ta'sir etuvchi kuchlarning yig'indisi shaklida tasvirlash kuchni yo'nalishlar boyich yoyish (ajratish) deyilad. Fizikada jismning ilgarilanma harakati deb shunday harakatga aytildiği, bunda jismning barcha nuqtalari bir xil vaqt oraliq'ida bir xil yo'nalishda bir xil masofaga siljiydi. Shunday qilib, fizikadagi siljish vektor darsligimizda qabul qilingan ma'nodagi vektor ekan.

**5-masala.** Moddiy nuqta A(2;4;6) nuqtadan B(4;2;7) nuqtaga  $\vec{F}(3;2;4)$  kuch ta'sirida to'g'ri chiziq bo'ylab ko'chgan. F kuchning bajargan ishini va ko'chish yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagini toping.

**Doimiy kuch ishi.** Moddiy nuqta A nuqtadan B nuqtaga  $\vec{F}$  kuch ta'sirida to'g'ri chiziq bo'ylab  $\vec{S}$  burchak ostida ko'chgan bo'lzin.  $\overrightarrow{AB}=\vec{S}$  va (fizikadan ma'lumki)  $A=F \cdot S \cdot \cos\alpha$  ekanligidan  $A=\vec{F} \cdot \vec{S}$  kelib chiqadi. Demak, moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli harakatida o'zgarmas kuchning bajarilgan ishi, kuch vektori bilan ko'chish vektorining skalyar ko'paytmasiga teng.

$$\vec{S} = \overrightarrow{AB} = (2;-2;1) \quad A = \vec{F} \cdot \vec{S} = 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = 6$$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{F} \cdot \vec{S}}{|\vec{F}| |\vec{S}|} = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\alpha = \arccos \frac{2}{\sqrt{29}}$$

**Xulosa** qilish mumkinki, fanlararao aloqadorlik bir qator fanlar bo'yicha bir biriga mos keluvchi o'quv materialini tanlash va tuzilishiga ta'sir qiluvchi, o'quvchilarining tizimli bilimlarini mustahkamlashga, o'qitish usullarini faollashtirishga, ta'limni tashkil etishning murakkab shakllaridan foydalanishga, ta'limning birligini ta'minlashga qaratilgan zamonaviy o'qitish tamoyilidir. Ta'limdagagi integratsiya, eng avvalo, fanlardagi aloqalarini sezilarli darajada rivojlantirish va chuqurlashtirishni, turli fanlarni o'qitishni uyg'unlashtirishdan ularning chuqur o'zaro ta'siriga o'tishni nazarda tutadi. Fanlarning integratsiyasi fikrlash jarayonlarini



rivojlantiradi, ijodiy shaxsni rivojlantirishga yordam beradi, ta'lim oluvchida tabiatga, odamlarga, hayotga yaxshi munosabatda bo'lishga asoslanadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Yo.U. Soatov "Oliy matematika" 3-jild Toshkent "O'qituvchi" 1996yil
2. SH.R. Xurramov. Oliy matematika 1-jild. Darslik. Cho'lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent — 2018y.
3. M.A.Babayeva. Matematik masalalarni yechishda fizika bilan fanlararo bog'lanish texnologiyasi. Toshkent davlat Pedagogika universiteti. Ilmiy axborotlari ilmiy nazariy jurnali. 2-son, 2022 yil. B. 4-11. ISSN 2181-9580 (13.00.00.№ 32)
4. M.A.Babayeva. Kompetensiyaviy yondashuvda o'quv fanlari integratsiyasining ahamiyati. Toshkent davlat Pedagogika. Ilmiy axborotlari ilmiy nazariy jurnali. 5-son, 2022 yil. B.328-334. ISSN 2181-9580 (13.00.00.№ 32)