ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

MATRITSALAR NAZARIYASIDA DETERMINANTLAR VA ULARNING ALGEBRAIK XOSSALARI.

Ko‘charov Aloviddin Anvar o‘g‘li

Abdusattorov Abdulhakim Abdusamat o'g'li

Jo‘rayev Sherzod Chaqmoq o‘g‘li

Termiz iqtisodiyot va servis Universiteti magistranti

Annotatsiya: Ushbu maqolada matritsalar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri bo‘lgan determinantlar va ularning asosiy algebraik xossalari ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilinadi. Determinant tushunchasining kelib chiqishi, uning matritsa elementlari bilan bog‘liqligi hamda chiziqli algebra masalalarini yechishdagi ahamiyati yoritib beriladi. Shuningdek, determinantlarning qo‘shish, ko‘paytirish, satr va ustunlar bilan bog‘liq xossalari, ularning chiziqli tenglamalar sistemalarini yechish, matritsaning teskari matritsasini aniqlash va rang (rank) tushunchasi bilan bog‘liqligi ilmiy asosda izohlanadi. Maqolada determinantlarning nazariy xususiyatlari bilan bir qatorda, ularning amaliy qo‘llanilishi ham umumlashtirilgan holda ko‘rib chiqiladi. Tadqiqot natijalari determinantlar tushunchasini chuqurroq anglash va uni matematik hamda amaliy masalalarda samarali qo‘llashga xizmat qiladi.

Kalit so‘zlar : Determinant, matritsa, algebraik xossalar, chiziqli algebra, teskari matritsa, chiziqli tenglamalar sistemasi, matritsa rangi, minor va algebraik to‘ldiruvchi.

Kirish

Hozirgi zamon matematika fanida chiziqli algebra muhim o‘rin tutib, u nafaqat nazariy masalalarni, balki fizika, iqtisodiyot, muhandislik, axborot texnologiyalari va boshqa ko‘plab sohalardagi amaliy muammolarni yechishda keng qo‘llaniladi. Chiziqli algebra asosiy tushunchalaridan biri bo‘lgan matritsalar murakkab jarayonlarni ixcham va qulay shaklda ifodalash imkonini beradi. Matritsalar bilan bog‘liq fundamental tushunchalardan biri esa determinant hisoblanadi. Determinant tushunchasi dastlab chiziqli

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

tenglamalar sistemalarini yechish jarayonida paydo bo‘lib, keyinchalik mustaqil nazariy ahamiyat kasb etdi. Determinantlar yordamida matritsaning teskari mavjudligini aniqlash, chiziqli tenglamalar sistemasining yechimga ega yoki ega emasligini baholash, shuningdek, vektorlar sistemasi chiziqli bog‘liq yoki bog‘liq emasligini tekshirish mumkin. Shu sababli determinantlar matritsalar nazariyasining ajralmas qismi hisoblanadi.

Determinantlarning algebraik xossalari, xususan, satr va ustunlar bo‘yicha o‘zgarishlar, ko‘paytma va qo‘shishga nisbatan xatti-harakatlari hamda ularning minor va algebraik to‘ldiruvchilar bilan bog‘liqligi matematik tahlilda muhim ahamiyatga ega. Ushbu xossalarni chuqur o‘rganish chiziqli algebra masalalarini soddalashtirish va umumlashtirish imkonini beradi. Mazkur maqolada determinant tushunchasining nazariy asoslari va ularning asosiy algebraik xossalari tizimli ravishda tahlil qilinadi. Tadqiqotning asosiy maqsadi determinantlarning matematik mohiyatini ochib berish, ularning nazariy va amaliy ahamiyatini asoslash hamda chiziqli algebra fanini o‘rganishda determinantlar rolini yoritib berishdan iborat.

Tadqiqot usullari va metodlar

Mazkur tadqiqot determinantlar nazariyasini va ularning algebraik xossalarini chuqur tahlil qilishga qaratilgan bo‘lib, unda asosan nazariy tadqiqot metodlari qo‘llanildi. Tadqiqot jarayonida chiziqli algebra fanida qabul qilingan fundamental tushunchalar, ta’riflar va teoremalar tizimli ravishda o‘rganildi hamda ilmiy mantiq asosida umumlashtirildi. Tadqiqotda birinchi navbatda analitik metoddan foydalanildi. Ushbu metod orqali determinant tushunchasining mohiyati, uning matritsa elementlari bilan bog‘liqligi hamda algebraik xossalari bosqichma-bosqich tahlil qilindi. Determinantlarning satr va ustunlar bo‘yicha o‘zgarishiga oid xossalari, shuningdek, ularning ko‘paytma va qo‘shish amallariga nisbatan xatti-harakatlari matematik tahlil yordamida izohlandi. Shuningdek, tadqiqotda deduktiv metod qo‘llanilib, umumiy nazariy qoidalardan kelib chiqib, determinantlarga oid aniq xossalar va natijalar asoslab berildi. Mazkur yondashuv determinantlarning asosiy teoremalari va ularning isbotlarini mantiqiy ketma-ketlikda bayon etishga imkon berdi. Determinantlarning amaliy ahamiyatini ochib berish maqsadida taqqoslash metodidan ham foydalanildi. Bu metod yordamida turli o‘lchamli matritsalar determinantlari o‘rtasidagi farqlar, shuningdek, determinant xossalarining chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishdagi roli solishtirma tarzda ko‘rib chiqildi.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

Bundan tashqari, umumlashtirish va tizimlashtirish metodlari orqali determinantlarga oid nazariy bilimlar yagona ilmiy tizimga keltirildi. Ushbu metodlar determinantlar va ularning algebraik xossalarini yaxlit holda tushunishga, shuningdek, ularni chiziqli algebra doirasida izchil oʻrganishga xizmat qildi. Natijada qoʻllanilgan tadqiqot usullari determinantlar nazariyasining ilmiy asoslarini ochib berish, uning algebraik xossalarini mantiqiy va tushunarli shaklda bayon etish hamda mazkur tushunchaning nazariy va amaliy ahamiyatini asoslash imkonini berdi.

Tahlil va natijalar

Ushbu tadqiqot doirasida determinantlar va ularning asosiy algebraik xossalari nazariy jihatdan tahlil qilindi hamda ularning amaliy qoʻllanilishi misollar orqali asoslab berildi. Oʻrganish jarayonida determinantlarning matritsa xossalarini aniqlashdagi oʻrni va matematik masalalarni yechishdagi ahamiyati yaqqol namoyon boʻldi.

Avvalo, determinantning asosiy ta’rifi va uning kichik oʻlchamli matritsalar uchun hisoblanishi koʻrib chiqildi. Ikki oʻlchamli matritsa uchun determinant quyidagicha aniqlanadi:

$A = | a \;\; b | \, | c \;\; d |$

$\det(A) = ad - bc$

Misol 1.

Quyidagi matritsaning determinantini hisoblaymiz:

$A = | 2 \;\; 3 | \, | 1 \;\; 4 |$

$\det(A) = 2\cdot4 - 3\cdot1 = 8 - 3 = 5$

Bu natija determinant nolga teng emasligini koʻrsatadi, ya’ni ushbu matritsa teskari matritsaga ega va unga mos chiziqli tenglamalar sistemasi yagona yechimga ega boʻladi. Keyingi tahlilda determinantlarning muhim algebraik xossalaridan biri — satr (yoki ustun)larni almashtirish xossasi oʻrganildi. Agar matritsaning ikkita satri oʻrin almashtirilsa, determinant ishorasi oʻzgaradi.

Misol 2.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

$A = | 1 \;\; 2 | | 3 \;\; 4 | \;\; \rightarrow \det(A) = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$

Satrlarni almashtiramiz:

$B = | 3 \;\; 4 | | 1 \;\; 2 | \;\; \rightarrow \det(B) = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 2$

Bu yerda $\det(B) = -\det(A)$ ekanligi aniqlanadi.

Shuningdek, determinantlarning yana bir muhim xossasi — bir satr (yoki ustun) elementlarini songa koʻpaytirish determinantni ham shu songa koʻpaytirishga olib kelishidir.

Misol 3.

$A = | 1 \;\; 2 | | 3 \;\; 4 | \;\; \rightarrow \det(A) = -2$

A matritsaning birinchi satrini 3 ga koʻpaytiramiz:

$B = | 3 \;\; 6 | | 3 \;\; 4 |$

$\det(B) = 3 \cdot \det(A) = 3 \cdot (-2) = -6$

Tadqiqot davomida bir xil yoki proporsional satrlarga ega boʻlgan matritsaning determinanti nolga teng boʻlishi ham tahlil qilindi.

Misol 4.

$A = | 2 \;\; 4 | | 1 \;\; 2 |$

Bu yerda ikkinchi satr birinchi satrning 1/2 qismiga teng.

Shuning uchun: $\det(A) = 2 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$

Natija shuni koʻrsatadiki, bunday matritsalar teskari matritsaga ega emas va ularga mos chiziqli tenglamalar sistemasi cheksiz yoki yechimga ega emas boʻlishi mumkin.

Uch oʻlchamli matritsalar uchun determinantni hisoblashda minor va algebraik toʻldiruvchi tushunchalaridan foydalanildi.

Misol 5.

$A = | 1 \;\; 2 \;\; 3 | | 0 \;\; 1 \;\; 4 | | 5 \;\; 6 \;\; 0 |$

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

Birinchi satr bo‘yicha yoyamiz:

det(A) = 1·| 1 4 | | 6 0 | − 2·| 0 4 | | 5 0 | + 3·| 0 1 | | 5 6 |

Hisoblaymiz:

$\det(A) = 1\cdot(1\cdot 0 - 4\cdot 6) - 2\cdot(0\cdot 0 - 4\cdot 5) + 3\cdot(0\cdot 6 - 1\cdot 5)$

$\det(A) = 1\cdot(-24) - 2\cdot(-20) + 3\cdot(-5)$

$\det(A) = -24 + 40 - 15 = 1$

Bu natija determinantlar orqali murakkabroq matritsalarni ham samarali tahlil qilish mumkinligini ko‘rsatadi. O‘tkazilgan tahlillar natijasida determinantlarning algebraik xossalari matritsa nazariyasida muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega ekanligi aniqlandi. Ular yordamida matritsalarning asosiy xususiyatlarini aniqlash, chiziqli tenglamalar sistemalarini tahlil qilish va matematik modellarni soddalashtirish mumkin.

Xulosa

Mazkur maqolada matritsalar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri bo‘lgan determinantlar va ularning asosiy algebraik xossalari ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilindi. Tadqiqot davomida determinant tushunchasining mohiyati, uning matritsa elementlari bilan bog‘liqligi hamda chiziqli algebra doirasidagi o‘rni yoritib berildi. O‘rganish natijasida determinantlarning satr va ustunlar bilan bog‘liq xossalari, xususan, satrlarni almashtirishda ishoraning o‘zgarishi, satr yoki ustunni songa ko‘paytirish determinant qiymatiga ta’siri hamda chiziqli bog‘liq satrlar mavjud bo‘lganda determinantning nolga teng bo‘lishi asoslab berildi. Shuningdek, determinantlar yordamida matritsaning teskari mavjudligini aniqlash va chiziqli tenglamalar sistemalarining yechimga egaligini baholash mumkinligi misollar orqali ko‘rsatildi. Tadqiqot natijalari determinantlar nazariyasi nafaqat matematik jihatdan muhim ekanligini, balki uning amaliy masalalarni yechishda ham samarali vosita ekanligini tasdiqlaydi. Ushbu maqolada bayon etilgan tahlillar determinant tushunchasini chuqurroq o‘zlashtirishga, shuningdek, chiziqli algebra fanini o‘rganishda nazariy bilimlarni mustahkamlashga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Anton, H., Rorres, C. Elementary Linear Algebra. New York: Wiley, 2014.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

2. Lay, D. C., Lay, S. R., McDonald, J. J. Linear Algebra and Its Applications. Pearson Education, 2016.

3. Strang, G. Introduction to Linear Algebra. Wellesley-Cambridge Press, 2016.

4. Axmedov, M., Rasulov, A. Chiziqli algebra va analitik geometriya. Toshkent: O‘qituvchi, 2018.

5. Kreyszig, E. Advanced Engineering Mathematics. John Wiley & Sons, 2011.

6. Hoffman, K., Kunze, R. Linear Algebra. Prentice Hall, 2004.