JOURNAL OF UNIVERSAL SCIENCE RESEARCH
ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMALARINI YECHISH USULLARI

Xo‘jayeva Hamida Fayzulla qizi

Termiz iqtisodiyot va servis Universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishning zamonaviy raqamli usullari tahlil qilinadi. Asosiy e’tibor to‘g‘ridan-to‘g‘ri metodlar (Gauss, Gauss-Jordan) va iteratsion metodlar (Jacobi, Gauss-Seidel, relaxatsiya metodlari)ning samaradorligi va aniqligiga qaratilgan. Tadqiqotda turli usullar yordamida sistemalarning yechimlari hisoblandi, xatoliklar va hisoblash samaradorligi solishtirildi. Natijalar chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishda metod tanlash va hisoblash samaradorligini oshirish bo‘yicha amaliy tavsiyalar beradi. Ushbu maqola matematika, muhandislik hisoblashlari va ilmiy tadqiqotlarda chiziqli tenglamalar sistemalarini samarali yechish imkoniyatlarini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: Chiziqli tenglamalar sistemi, Gauss metodi, Gauss-Jordan metodi, Jacobi metodi, Gauss-Seidel metodi, iteratsion metodlar, raqamli yechim, xatolik tahlili

Kirish

Chiziqli tenglamalar sistemalari (CTS) zamonaviy matematika va muhandislik hisoblashlarining ajralmas qismi bo‘lib, ular fizik, iqtisodiy, kimyoviy va texnik jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Katta o‘lchamli CTS’larni aniq va samarali yechish amaliy masalalarda bevosita natijalarning ishonchliligi va hisoblash resurslarining optimal ishlatilishiga bog‘liq. Shu sababli CTS’larni yechish metodologiyasi nafaqat matematik tahlil, balki algoritmik optimizatsiya va raqamli hisoblash yondashuvlarini o‘zida mujassamlashtiradi. An’anaviy to‘g‘ridan-to‘g‘ri metodlar, masalan, Gauss va Gauss-Jordan eliminatsiyasi, kichik va o‘rta o‘lchamdagi sistemalarda aniqlikni kafolatlaydi, ammo katta o‘lchamli va zich sistemalarda ularning hisoblash murakkabligi sezilarli darajada oshadi. Shu sababli iteratsion metodlar, xususan Jacobi, Gauss-Seidel va relaxatsiya metodlari, hisoblash samaradorligini oshirish, xotira talablari va xatoliklarni minimallashtirish nuqtai nazaridan muhim ahamiyat kasb etadi. Bundan

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

tashqari, CTS yechish jarayonida raqamli xatoliklar, shuningdek, algoritmlarning barqarorligi va konvergensiya tezligi muhim omillar sifatida namoyon boʻladi. Ushbu jarayonlarni chuqur tahlil qilish va metodlarning aniqligi hamda hisoblash samaradorligini solishtirish amaliy va nazariy jihatdan katta ahamiyatga ega. Shu nuqtai nazardan, ushbu maqola chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishning turli metodlarini tahlil qilish, ularning samaradorligi va xatolik darajasini baholash, shuningdek amaliy qoʻllanilishi uchun tavsiyalar berishga qaratilgan.

Tadqiqot materiali va usullari:

Ushbu tadqiqotda chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishning turli metodlari tahlil qilindi va ularning aniqligi, barqarorligi hamda hisoblash samaradorligi baholandi. Tadqiqot materiali sifatida turli oʻlchamdagi CTS’lar ishlatildi, jumladan: kichik (3–5 tenglama), oʻrta (10–20 tenglama) va katta oʻlchamli (50–100 tenglama) sistemalar. Ushbu tizimlar haqiqiy amaliy masalalardan olingan yoki tasodifiy generatsiya qilingan matritsalar yordamida sinovdan oʻtkazildi. Gauss eliminatsiyasi – sistemani yuqoridan pastga qayta ishlash orqali yechim topadi va analitik aniqlikka yaqin natija beradi. Gauss-Jordan metodi – matritsani toʻliq qayta ishlash orqali yechimni topadi va barcha oʻzgaruvchilarni bir vaqtning oʻzida aniqlaydi. Jacobi metodi – har bir oʻzgaruvchini oldingi iteratsiya qiymatlari asosida yangilaydi va tizim diagonalli yoki shartli shartlarga mos boʻlganda samarali ishlaydi. Gauss-Seidel metodi – Jacobi metodining optimizatsiyalashgan shakli boʻlib, iteratsiya davomida yangilangan qiymatlarni darhol hisoblashda qoʻllaydi. Relaxatsiya metodlari (SOR – Successive Over-Relaxation) – iteratsion jarayonni tezlashtirish va konvergensiyani oshirish uchun qoʻshimcha parametrlar bilan ishlaydi. Har bir metod boʻyicha yechimlar aniqlik va xatolik darajasi bilan baholandi. Xatoliklarni kamaytirish uchun iteratsion metodlarda tolerans qiymatlari (ε) va maksimal iteratsiya soni optimallashtirildi. Shu bilan birga, toʻgʻridan-toʻgʻri metodlar uchun matritsaning condition number qiymati aniqligi va barqarorlikni baholashda asosiy indikator sifatida ishlatildi. Tadqiqot MATLAB va Python (NumPy va SciPy kutubxonalari) dasturiy muhitlarida amalga oshirildi. Bu muhitlar katta oʻlchamli CTS’larni yechishda samaradorlik va aniqlikni ta’minlashga imkon berdi. Tadqiqotning asosiy metodologiyasi quyidagicha: turli oʻlchamdagi CTS’lar tanlandi, har bir metod yordamida yechimlar hisoblandi, natijalar

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

xatolik, konvergensiya tezligi va hisoblash samaradorligi nuqtai nazaridan tahlil qilindi. Shu tarzda, metodlarning amaliy qo‘llanilishi va optimal yechim strategiyalari aniqlangan.

Natijalar: Tadqiqot jarayonida turli o‘lchamdagi chiziqli tenglamalar sistemalari (CTS) uchun to‘g‘ridan-to‘g‘ri va iteratsion metodlar yordamida yechimlar hisoblandi. Natijalar metodlarning aniqligi, konvergensiya tezligi va hisoblash samaradorligini aniq ko‘rsatdi. Gauss eliminatsiyasi kichik va o‘rta o‘lchamli sistemalarda yuqori aniqlik bilan yechim berdi. Katta sistemalarda hisoblash murakkabligi sezilarli oshdi, ammo yechim barqarorligida sezilarli pasayish kuzatilmadi. Gauss-Jordan metodi barcha o‘zgaruvchilarni bir vaqtning o‘zida topish imkonini berdi, natijalar aniq va xatolik darajasi minimal bo‘ldi. Shu bilan birga, katta o‘lchamli sistemalarda hisoblash vaqti sezilarli oshdi. Jacobi metodi kichik va o‘rta sistemalarda samarali ishladi, ammo katta sistemalarda konvergensiya sekinlashdi. Gauss-Seidel metodi Jacobi metodiga nisbatan tezroq konvergensiya ko‘rsatdi va xatolik minimal darajada saqlandi. Relaxatsiya metodlari (SOR) iteratsion jarayonni sezilarli tezlashtirdi, optimal relaxatsiya parametri tanlanganda katta sistemalar uchun ham yuqori aniqlik va tez konvergensiya ta’minlandi. To‘g‘ridan-to‘g‘ri metodlar analitik yechimga yaqin natija berdi, lekin hisoblash resurslari talabini oshirdi. Iteratsion metodlarda xatolik darajasi parametrlar (tolerans, relaxatsiya koeffitsienti) bilan bevosita bog‘liq ekanligi aniqlangan. Optimal parametrlar tanlanganda xatolik minimal bo‘ldi.Katta o‘lchamli CTS’larda iteratsion metodlar resurslarni tejash va yechim topish tezligini oshirishda samarali ekanligi ko‘rsatildi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, CTS’larni yechishda metod tanlovi tizim o‘lchami, hisoblash resurslari va aniqlik talablari bilan belgilanadi.

Muhokama: Tadqiqot natijalari chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishning turli metodlari samaradorligi va aniqligi haqida chuqur xulosalar beradi. Avvalo, to‘g‘ridan-to‘g‘ri metodlar (Gauss va Gauss-Jordan) kichik va o‘rta o‘lchamli sistemalarda yuqori aniqlik va barqaror yechim beradi, ammo katta sistemalarda hisoblash resurslari va vaqt talabini sezilarli oshiradi. Shu sababli ularning katta o‘lchamli amaliy masalalarda qo‘llanishi cheklangan. Iteratsion metodlar, xususan Jacobi, Gauss-Seidel va relaxatsiya (SOR) metodlari, katta o‘lchamli sistemalarda samarali yechim beradi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, Gauss-Seidel va SOR metodlari iteratsion jarayonni tezlashtiradi, konvergensiya tezligini oshiradi va xatolikni minimal darajaga tushiradi. Shu bilan birga, iteratsion metodlarda parametrlarning (masalan, relaxatsiya koeffitsienti va tolerans

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

qiymati) optimal tanlovi yechim sifatiga bevosita ta'sir qiladi. Natijalar shuni ko'rsatadiki, CTS'larni yechishda metod tanlovi tizimning o'lchami, zichligi, yechim aniqligi va hisoblash resurslari talablariga bog'liq. Shu bilan birga, to'g'ridan-to'g'ri va iteratsion metodlarning kombinatsiyasi, masalan, kichik o'lchamdagi sub-sistemalarni to'g'ridan-to'g'ri, katta o'lchamli sub-sistemalarni iteratsion metodlar yordamida yechish, hisoblash samaradorligini va aniqligini maksimal darajada oshirish imkonini beradi. Bundan tashqari, tadqiqot davomida xatolik manbalari batafsil tahlil qilindi. Xatoliklar asosan: qadam soni, iteratsiya chegaralari, relaxatsiya koeffitsienti va matritsaning condition number qiymatiga bog'liq ekanligi aniqlangan. Shu nuqtai nazardan, CTS yechimlarini optimallashtirish uchun metod tanlovi va parametr sozlamalari muhim strategik ahamiyatga ega.

Xulosa: Ushbu tadqiqot chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishning turli metodlarini tahlil qilish va ularning samaradorligini baholashga qaratildi. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki: To'g'ridan-to'g'ri metodlar (Gauss, Gauss-Jordan) kichik va o'rta o'lchamli sistemalarda yuqori aniqlik bilan yechim beradi, lekin katta sistemalarda hisoblash resurslari talabini oshiradi. Shu sababli, ular kichik va o'rta o'lchamli amaliy masalalarda maqbul hisoblanadi. Iteratsion metodlar (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR) katta va zich sistemalarda yuqori samaradorlik ko'rsatadi. Optimal parametrlar tanlanganida, xatolik minimal bo'ladi va konvergensiya tezligi oshadi. Shu bilan birga, iteratsion metodlar resurslarni tejash va hisoblash tezligini oshirish imkonini beradi. Metod tanlovi va parametr optimizatsiyasi yechimning aniqligi va hisoblash samaradorligini belgilovchi asosiy omillar hisoblanadi. Kichik sistemalarda to'g'ridan-to'g'ri metodlar, katta sistemalarda iteratsion metodlarning qo'llanilishi amaliy jihatdan eng maqbul yondashuvdir. Umuman olganda, tadqiqot CTS yechishda metodlar tanlovi, xatoliklarni minimallashtirish va hisoblash samaradorligini oshirish bo'yicha amaliy tavsiyalar beradi. Bu natijalar matematika, muhandislik hisoblashlari va ilmiy tadqiqotlarda CTS'larni samarali yechish imkoniyatlarini kengaytiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Numerical Analysis. Brooks/Cole.

2. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). Numerical Methods for Engineers. McGraw-Hill Education.

ISSN (E): 2181-4570 ResearchBib Impact Factor: 6,4 / 2024 SJIF 2024 = 5.073 Volume-3, Issue-12

3. Atkinson, K. E. (1989). An Introduction to Numerical Analysis. John Wiley & Sons.

4. Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (2004). Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley.

5. Saad, Y. (2003). Iterative Methods for Sparse Linear Systems. SIAM.

6. Isaacson, E., & Keller, H. B. (1994). Analysis of Numerical Methods. Dover Publications.

7. Stoer, J., & Bulirsch, R. (2002). Introduction to Numerical Analysis. Springer.

8. Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2013). Matrix Computations. Johns Hopkins University Press.