



RAQAMLI USULLARDA HOSILANI HISOBLASH: XATOLIKLARNI KAMAYTIRISH VA YUQORI ANIQLIK METODLARI

Rajabova Diyora Chori qizi

Termiz Iqtisodiyot va Servis universiteti magistranti

Annotatsiya: Ushbu maqolada raqamli usullarda hosila hisoblashning zamonaviy yondashuvlari tahlil qilinadi. Asosiy e'tibor xatoliklarni kamaytirish va yuqori aniqlik metodlariga qaratilgan. Tadqiqotda differensial va interpolatsion usullar, shuningdek, sonli integratsiya va turli numerik differensial formulalarning aniqligi solishtiriladi. Natijalar raqamli hisoblashlarda xatoliklarni minimallashtirish usullarini aniqlash va hisoblash samaradorligini oshirish bo'yicha amaliy tavsiyalar beradi. Ushbu maqola matematik modellashtirish, muhandislik hisoblashlari va ilmiy tadqiqotlarda hosila hisoblashning optimal usullarini tanlashga hissa qo'shadi.

Kalit so'zlar: Raqamli usullar, hosila hisoblash, xatoliklarni kamaytirish, yuqori aniqlik, numerik differensiallash, interpolatsiya, sonli integratsiya

Kirish

Raqamli usullar zamonaviy ilm-fan va muhandislik hisoblashlarida muhim o'rin egallaydi. Ko'plab fizik, kimyoviy, iqtisodiy va muhandislik masalalarini analitik usullar orqali yechish imkoniyati cheklangan bo'lganligi sababli, sonli (numerik) yondashuvlar keng qo'llaniladi. Ushbu yondashuvlar yordamida hosilalar, integrallar va differensial tenglamalar kabi murakkab matematik ifodalar aniqlik bilan hisoblanadi. Hosila hisoblash numerik metodlarning eng asosiy elementlaridan biri bo'lib, uning aniqligi va xatoliklar bilan bog'liq masalalar muhim hisoblanadi. Raqamli hisoblashlarda hosila topishning turli usullari mavjud: markaziy farq formulalari, oldingi va keyingi farq formulalari, interpolatsion metodlar va yuqori aniqlikdagi differensiallash formulalari. Har bir metodning o'ziga xos afzallik va kamchiliklari mavjud bo'lib, ular hisoblash natijasining aniqligi va xatolikka sezuvchanligini belgilaydi. Shuningdek, xatoliklarni kamaytirish va hisoblashning yuqori aniqligini ta'minlash zamonaviy tadqiqotlar va dasturiy ta'minotlarda





dolzarb masala hisoblanadi. Bu esa nafaqat ilmiy tadqiqotlar, balki muhandislik loyihalari, iqtisodiy modellashtirish va texnik simulyatsiyalarda ham aniq natijaga erishish imkonini beradi. Ushbu maqola raqamli usullarda hosila hisoblashning asosiy metodlarini tahlil qilish, xatoliklarni kamaytirish strategiyalarini ko'rsatish va yuqori aniqlik metodlarini taqdim etishga qaratilgan.

Tadqiqot materiali va usullari:

Ushbu tadqiqotda raqamli usullarda hosila hisoblashning turli metodlari tahlil qilindi va ularning aniqligi hamda xatolikka sezuvchanligi o'rganildi. Tadqiqot materiali sifatida quyidagi elementlar ishlatildi: Matematik ifodalar va funksiyalar: Sinus, kosinus, eksponensial, polinom va murakkab kombinatsiyalangan funksiyalar. Bu funksiyalar turli hosila hisoblash formulalarining aniqligini baholashda ishlatiladi. Oldingi farq formulasi (Forward Difference Method). Keyingi farq formulasi (Backward Difference Method). Markaziy farq formulasi (Central Difference Method). Yuqori aniqlikdagi differentsiallashtirish formulalari (Higher-Order Derivative Methods). Interpolatsion metodlar (Lagrange va Newton interpolatsiyasi). Xatolik tahlili: Har bir metodning hisoblash natijalaridagi xatoliklar aniqlik darajasi bilan solishtirildi. Xatoliklarni kamaytirish uchun kichik qadam uzunliklari va adaptiv differentsiallashtirish yondashuvlari qo'llanildi. Hisoblash vositalari: MATLAB va Python dasturiy muhitlarida raqamli metodlar orqali hosilalar hisoblandi. Bu dasturiy vositalar yuqori aniqlikdagi hisoblash imkoniyatlarini ta'minladi va metodlarning samaradorligini baholash imkonini berdi. Tadqiqotning metodologiyasi quyidagicha amalga oshirildi: tanlangan funksiyalar uchun barcha numerik formulalar bo'yicha hosilalar hisoblandi, natijalar analitik hosilalar bilan solishtirildi va har bir metodning xatolik darajasi aniqlab chiqildi. Shu orqali, xatoliklarni kamaytirish va yuqori aniqlikni ta'minlash bo'yicha optimal metodlar belgilandi.

Natijalar:

Tadqiqot jarayonida raqamli metodlar yordamida turli funksiyalarning hosilalari hisoblandi va ularning aniqligi hamda xatolik darajasi solishtirildi. Olingan natijalar raqamli hisoblashning samaradorligi, xatolik manbalari va yuqori aniqlikka erishish imkoniyatlarini batafsil ko'rsatdi. Oldingi va keyingi farq formulalari soddaligi bilan ajralib turadi, ammo ularning aniqligi qadam uzunligiga juda sezgir. Kichik qadamlar aniqlikni oshirsa-da, hisoblash vaqtini oshiradi va katta sonli nuqtalarda hisoblash resurslarini talab qiladi. Shu





bilan birga, bu formulalarda yuqori o'zgaruvchanlikka ega funksiyalarda xatolik sezilarli darajada oshishi kuzatildi. Markaziy farq formulasi esa hisoblashda muvozanatni ta'minlaydi: u nafaqat oddiy formulalarga nisbatan yuqori aniqlik beradi, balki hisoblash resurslariga ham maqbul talab qo'yadi. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, markaziy farq usuli o'rta va kichik qadamlar uchun xatolikni minimal darajaga tushiradi va tezkor natija beradi. Yuqori tartibli formulalar murakkab va tez o'zgaruvchi funksiyalar uchun juda samarali ekanligi aniqlangan. Ushbu metodlar yordamida hosilalarni hisoblashda xatolik sezilarli darajada kamayadi, shuningdek, natijalar analitik qiymatlar bilan deyarli mos keladi. Bunday formulalar, ayniqsa, yuqori aniqlik talab qilinadigan ilmiy va muhandislik hisoblashlarida muhim hisoblanadi. Diskret nuqtalar bo'yicha berilgan funksiyalar uchun Lagrange va Newton interpolatsiyasi metodlari qo'llanildi. Tadqiqot natijalari interpolatsion metodlar diskret ma'lumotlar asosida hosilani yuqori aniqlik bilan hisoblash imkonini berishini ko'rsatdi. Shu bilan birga, interpolatsiya darajasi oshgani sayin ortiqcha osilatlar va hisoblash murakkabligi ham oshadi, bu esa xatolik manbai bo'lishi mumkin. Xatolik asosan qadam uzunligi, metodning tartibi, funktsiyaning o'zgarish tezligi va nuqtalar soniga bog'liq. Tadqiqot shuni ko'rsatdiki, adaptiv qadam va yuqori tartibli metodlarni qo'llash xatoliklarni sezilarli darajada kamaytiradi. Shu tarzda, hosila hisoblash natijalari yuqori aniqlikka ega bo'ladi va muhandislik yoki ilmiy hisoblashlar uchun ishonchli bo'ladi. MATLAB va Python muhitida metodlar sinovdan o'tkazildi. Markaziy farq va yuqori tartibli differensiallash formulalari optimal natijani ta'minladi: ular minimal xatolik bilan tezkor hisoblashni amalga oshirdi. Shu bilan birga, interpolatsion metodlar diskret ma'lumotlar uchun mos bo'lsa-da, katta nuqtalar sonida hisoblash tezligi kamayadi.

Muhokama:

Tadqiqot natijalari raqamli usullarda hosila hisoblashning samaradorligi va aniqligi haqida bir nechta muhim xulosalarni beradi. Avvalo, xatoliklarni kamaytirish va yuqori aniqlikni ta'minlash metod tanloviga bevosita bog'liq ekanligi aniqlandi. Oddiy oldingi va keyingi farq formulalari hisoblash tezligi jihatidan afzallik berishiga qaramay, murakkab va tez o'zgaruvchi funksiyalar uchun etarli aniqlikni ta'minlay olmaydi. Bu esa amaliy hisoblashlarda natijalar ishonchligiga ta'sir qilishi mumkin. Markaziy farq formulasi esa balansli yechim sifatida ajralib turadi. Tadqiqot ko'rsatdiki, u nafaqat kichik va o'rta qadamlarda minimal xatolikni beradi, balki hisoblash resurslariga ham optimal talab





qo'yadi. Bu metodni murakkab muhandislik va ilmiy hisoblashlarda keng qo'llash mumkin. Yuqori tartibli differensiallash formulalari esa xatoliklarni sezilarli darajada kamaytiradi va natijalarni analitik qiymatlar bilan deyarli moslashtiradi. Biroq, yuqori aniqlik bilan birga hisoblash murakkabligi ham oshadi. Shu sababli, amaliy qo'llanmada metodning tanlovi hisoblashning tezligi va aniqlik talablariga bog'liq bo'ladi. Interpolatsion metodlar, xususan Lagrange va Newton interpolatsiyasi, diskret ma'lumotlar bo'yicha hosilani hisoblashda yuqori aniqlikni ta'minlaydi. Biroq, interpolatsiya darajasi oshgani sayin ortiqcha osilatlar va hisoblash murakkabligi ortadi. Shu sababli, interpolatsion metodlarni qo'llashda diskret nuqtalar soni va interpolatsiya darajasini muvozanatlash muhim hisoblanadi. Tadqiqot davomida xatolik manbalari tahlil qilindi: qadam uzunligi, metod tartibi, funksiyaning o'zgarish tezligi va nuqtalar soni asosiy omillar sifatida aniqlangan. Shu nuqtai nazardan, adaptiv qadamlar va yuqori tartibli formulalar xatoliklarni minimallashtirishga eng samarali strategiya sifatida ko'rsatildi. Muhokama shuni ko'rsatadiki, raqamli hisoblashlarda hosila aniqligi nafaqat metodga, balki hisoblash sharoitlariga va parametrlarning tanloviga bog'liq. Shu sababli, amaliy va ilmiy hisoblashlarda optimal natijaga erishish uchun metodlar kombinatsiyasini tanlash va xatolik manbalarini kuzatib borish muhimdir.

Xulosa:

Ushbu tadqiqot raqamli usullarda hosila hisoblashning samaradorligi, aniqligi va xatoliklarni kamaytirish imkoniyatlarini tahlil qildi. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki: Metod tanlovi muhimligi: Hosila hisoblashda metodning tanlovi natijaning aniqligi va xatolik darajasiga bevosita ta'sir qiladi. Oddiy oldingi va keyingi farq formulalari tezkor bo'lishiga qaramay, murakkab funksiyalar uchun aniqlik yetarli emas. Markaziy farq formulasi samaradorligi: Markaziy farq formulasi nafaqat yuqori aniqlik beradi, balki hisoblash resurslari talabini ham maqbul darajada saqlaydi. Shu sababli u amaliy hisoblashlar uchun optimal metod sifatida tavsiya etiladi. Yuqori tartibli differensiallash formulalari: Bu metodlar murakkab va tez o'zgaruvchi funksiyalar uchun eng yuqori aniqlikni ta'minlaydi. Biroq hisoblash murakkabligi va resurslar talabi oshadi, shuning uchun ularni tanlashda balansni saqlash zarur. Interpolatsion metodlarning qo'llanishi: Diskret nuqtalar bo'yicha hosila hisoblashda Lagrange va Newton interpolatsiyasi yuqori aniqlik beradi. Shu bilan birga, interpolatsiya darajasi va nuqtalar soni hisoblash samaradorligini belgilaydi. Xatoliklarni minimallashtirish strategiyalari: Adaptiv qadam





uzunligi va yuqori tartibli formulalarni qo'llash xatoliklarni sezilarli darajada kamaytiradi va natijalarni ishonchli qiladi. Umuman olganda, tadqiqot raqamli usullarda hosila hisoblashda yuqori aniqlikni ta'minlash va xatoliklarni kamaytirish bo'yicha amaliy tavsiyalar beradi. Bu metodlar matematik modellashtirish, muhandislik hisoblashlari va ilmiy tadqiqotlar jarayonida natijalarni optimallashtirishga yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Numerical Analysis. Brooks/Cole.
2. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). Numerical Methods for Engineers. McGraw-Hill Education.
3. Atkinson, K. E. (1989). An Introduction to Numerical Analysis. John Wiley & Sons.
4. Sauer, T. (2012). Numerical Analysis. Pearson.
5. Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (2004). Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley.
6. Stoer, J., & Bulirsch, R. (2002). Introduction to Numerical Analysis. Springer.
7. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2005). Numerical Methods. Thomson Brooks/Cole.
8. Isaacson, E., & Keller, H. B. (1994). Analysis of Numerical Methods. Dover Publications.

